

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ДГТУ)

Кафедра «Гидравлика, гидропневмоавтоматика и тепловые процессы»

Методические указания  
к выполнению контрольной работы по дисциплине  
«Динамика пневмомеханических и гидромеханических систем»

Ростов-на-Дону  
2021 г.

Расчет процессов разгона и торможения производится на примере гидропривода дроссельного регулирования.

### 1.1. Расчетная схема

Система уравнений математической модели процессов разгона и торможения гидропривода дроссельного регулирования, как правило, включает нелинейные дифференциальные уравнения, поэтому расчет выполняется на ЭВМ.

Расчетная схема гидропривода показана на рис.1.1, содержит насос (Н) постоянной производительности, параллельно которому включен предохранительно-переливной клапан (КП). Гидроцилиндр (ГЦ) имеет нагнетательную и сливную полости одинаковой площади.

Местные гидравлические сопротивления нагнетания (МСН) и слива (МСС) могут содержать различную аппаратуру (расходомеры, распределители, клапаны, дроссели, регуляторы расхода). Система разомкнута и содержит бак (Б), предназначенный для хранения, очистки и дегазации рабочей жидкости.

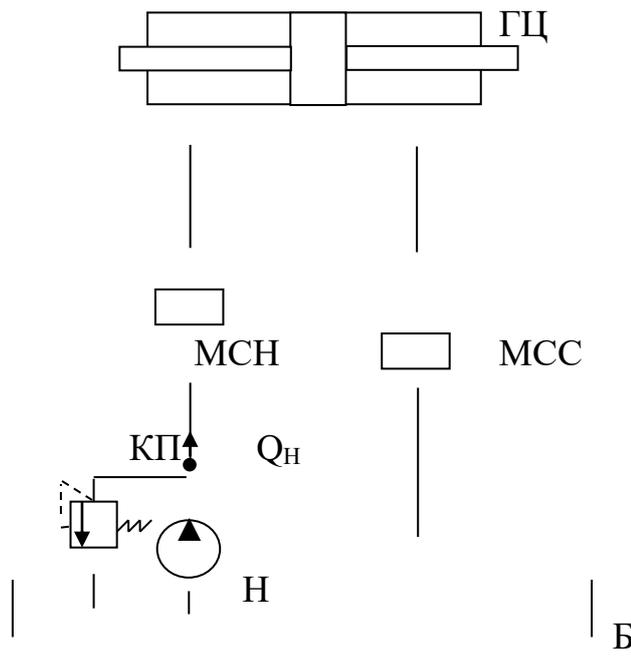


Рис.1.1. Расчетная схема гидропривода: ГЦ – гидроцилиндр; МСН – местные сопротивления нагнетания; МСС – местные сопротивления слива; Н – насос; КП – клапан предохранительно-переливной; Б – бак

## 1.2. Допущения математической модели

При написании уравнений математической модели сделаны следующие допущения:

1. Волновые процессы в гидролиниях не учитываются; принята модель сжимаемости жидкости, сосредоточенной в нагнетательной полости гидроцилиндра.

2. Рабочая площадь поршня в нагнетательной и сливной полостях гидроцилиндра принята одинаковой.

3. Принято давление настройки клапана  $p_{\text{кп}} = \text{const}$ , т.е. клапан, обладая идеальной характеристикой, поддерживает постоянное давление в гидросистеме независимо от расхода через клапан.

4. Расход насоса принят постоянным  $Q_{\text{н}} = \text{const}$ , не зависящим от рабочего давления, т.е. утечки в подвижных соединениях насоса не учитываются.

## 1.3. Уравнения математической модели для разгона и торможения с учетом сосредоточенной сжимаемости жидкости и силы трения, пропорциональной скорости

1. Уравнение движения:  $M \frac{d^2 s}{dt^2} = F_{\text{п}}(p_{\text{кп}} - p) - K \frac{ds}{dt} - R.$

2. Уравнение расходов:  $Q_{\text{кп}} = Q_{\text{нт}} - Q_{\text{гц}} - Q_{\text{сж}},$

где  $M = M_{\text{пч}} + M_{\text{ж}}$  - приведенная к поршню гидроцилиндра масса;  $M_{\text{пч}}$  - масса подвижных частей и  $M_{\text{ж}}$  - масса жидкости;

$$M_{\text{ж}} = \frac{\pi}{4} \cdot \rho \cdot l_{\text{гц}} \cdot d_{\text{зл}}^2 \cdot \left( \frac{d_{\text{п}}}{d_{\text{гц}}} \right)^4 :$$

$\rho$  - плотность жидкости;

$l_{\text{гц}}$  - длина гидролиний;

$d_{\text{зл}}$  - внутренний диаметр гидролиний;

$d_{\text{п}}$  - приведенный диаметр поршня;  $s$  - перемещение поршня гидроцилиндра;

$s$  - перемещение поршня;  $t$  - время;

$F_{\text{п}} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{\text{п}}^2$  - площадь поршня гидроцилиндра;

$p_{\text{кп}}$  - давление настройки клапана;

$p = 0.5 \rho \left( \lambda \cdot \frac{l_{\text{гц}}}{d_{\text{гц}}} + \sum \zeta \right) \left( \frac{d_{\text{п}}}{d_{\text{зл}}} \right)^4 \left( \frac{ds}{dt} \right)^2$  - потери давления в линейных и местных сопротивлениях;

$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$  - коэффициент гидравлического трения;

$$Re = \frac{d_{\text{п}}^2}{d_{\text{гп}} \cdot \nu} \cdot \frac{ds}{dt} - \text{число Рейнольдса};$$

$\nu$  - коэффициент кинематической вязкости жидкости;

$R$  - постоянная нагрузка;

$K$  - коэффициент трения;

$Q_{\text{кп}}$  - расход клапана;

$Q_{\text{нт}}$  - расход насоса теоретический;

$Q_{\text{гп}} = F_{\text{п}} \cdot \frac{ds}{dt}$  - расход гидроцилиндра;

$Q_{\text{сж}} = \frac{W}{E} \cdot \frac{d(p_{\text{кп}} - p)}{dt} = -\frac{W}{E} \cdot \frac{dp}{dt}$  - расход, вызванный сжимаемостью

жидкости.

Начальные условия при пуске:

$$\begin{aligned} s|_{t=0} &= 0; & \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=0} &= 0; & \left. \frac{d^2s}{dt^2} \right|_{t=0} &= a_0; & Q_{\text{кп}}|_{t=0} &= Q_{\text{нт}}; \\ a_0 &= \frac{F_{\text{п}} \cdot p_{\text{кп}} - R}{M}, & \text{Re}|_{t=0} &= 0. \end{aligned}$$

### 1.3.1. Исходные данные:

1.  $M_{пр} = 300+N$ - приведенная к поршню масса подвижных частей, кг;
2.  $\rho = 800+N$  - плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;
3.  $l_{гг} = 0.5+0.1N$  - длина гидролиний, м;
4.  $d_{эл} = 10+0.1N$  - внутренний диаметр гидролиний, м;
5.  $\sum \zeta = 10+0.1N$  - сумма коэффициентов местных сопротивлений;
7.  $R = 10+N$  – постоянная нагрузка, кН;
8.  $K = N$  – коэффициент трения;
9.  $E=1500+N$  – приведенный объёмный модуль упругости, МПа;
10.  $p_{кн} = 20+0.1N$  - давление настройки клапана, МПа;
11.  $S_0 = 1+0.01N$ – начальное перемещение поршня гидроцилиндра, мм;
12.  $\nu = 20+0.1N$  - коэффициент кинематической вязкости жидкости, сСт;
13.  $V_{max}=0,1-0.001N$  – максимальная скорость перемещения поршня, м/с.

Где  $N$  – две последние цифры зачетной книжки.

Остальные параметры гидросистемы определить из исходных данных по известным методикам расчета [1,7,8 ].

### 1.3.2. Преобразование уравнений математической модели

#### 1.3.2.1. Преобразование уравнения движения

После подстановки значений  $\lambda$ ,  $Re$  и  $\rho$  в уравнение движения получаем:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{F_n \cdot p_{кн} - R}{M} - \left( \frac{32 F_n \cdot \rho \cdot \nu \cdot l_{гг}}{M \cdot d_n^2} \left( \frac{d_n}{d_{гг}} \right)^4 + \frac{K}{M} \right) \times \\ \times \frac{ds}{dt} - \frac{0.5 F_n \cdot \rho \cdot \sum \zeta}{M} \cdot \left( \frac{d_n}{d_{гг}} \right)^4 \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2$$

или

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = a_0 - \left( \frac{K}{M} + A \right) \frac{ds}{dt} - B \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2,$$

где

$$a_0 = \frac{F_{\Pi} \cdot p_{\text{кп}} - R}{M};$$
$$A = \frac{32F_{\Pi} \cdot \rho \cdot \nu \cdot l_{\text{тп}}}{M \cdot d_{\Pi}^2} \cdot \left(\frac{d_{\Pi}}{d_{2л}}\right)^4;$$
$$B = \frac{0.5F_{\Pi} \cdot \rho \cdot \sum \zeta}{M} \cdot \left(\frac{d_{\Pi}}{d_{2л}}\right)^4.$$

### 1.3.2.2. Преобразование уравнения расходов

После подстановки значений  $Q_{\text{тп}}$  и  $Q_{\text{сж}}$  получаем:

$$Q_{\text{кп}} = Q_{\text{тп}} - F_{\Pi} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{W}{E} \cdot \frac{dp}{dt},$$

где

$$p = \frac{A \cdot M}{F_{\Pi}} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{B \cdot M}{F_{\Pi}} \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2,$$

или

$$p = C \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right) + D \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2,$$

где

$$C = \frac{A \cdot M}{F_{\Pi}}, \quad D = \frac{B \cdot M}{F_{\Pi}}, \quad \frac{dp}{dt} = C \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + 2 \cdot D \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^2s}{dt^2},$$

тогда

$$Q_{\text{кп}} = Q_{\text{тп}} - F_{\Pi} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{W \cdot C}{E} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{2 \cdot D \cdot W}{E} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^2s}{dt^2};$$
$$\frac{dQ_{\text{кп}}}{dt} = -F_{\Pi} \cdot \frac{d^2s}{dt^2} + \frac{W \cdot C}{E} \cdot \frac{d^3s}{dt^3} + \frac{2 \cdot D \cdot W}{E} \cdot \left( \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2 + \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^3s}{dt^3} \right).$$

### 1.3.3. Система уравнений математической модели

Ввод обозначений:  $S = Y(1), [\text{м}];$

$$\frac{ds}{dt} = Y(2), [\text{м/с}];$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = Y(3), [\text{м/с}^2];$$

$$\frac{d^3s}{dt^3} = Y(4), [\text{м/с}^3];$$

$$p = Y(5), [\text{н/м}^2];$$

$$Re = Y(6), [1];$$

$$Q_{\text{кп}} = Y(7), [\text{м}^3/\text{с}]$$

позволяет получить систему семи дифференциальных уравнений первого порядка:

$$1. \frac{dY(1)}{dt} = Y(2),$$

$$2. \frac{dY(2)}{dt} = a_0 - \left( \frac{K}{M} + A \right) \cdot Y(2) - B \cdot (Y(2))^2,$$

$$3. \frac{dY(3)}{dt} = - \left( \frac{K}{M} + A \right) \cdot Y(3) - 2 \cdot B \cdot Y(2) \cdot Y(3),$$

$$4. \frac{dY(4)}{dt} = - \left( \frac{K}{M} + A \right) \cdot Y(4) - 2 \cdot B \cdot (Y(3))^2 - 2 \cdot B \cdot Y(2) \cdot Y(4),$$

$$5. \frac{dY(5)}{dt} = C \cdot Y(3) + 2D \cdot Y(2) \cdot Y(3),$$

$$6. \frac{dY(6)}{dt} = \frac{d_n^2}{d_{z1} \cdot \nu} \cdot Y(3),$$

$$7. \frac{dY(7)}{dt} = -F_n \cdot Y(3) + \frac{W \cdot C}{E} \cdot Y(4) + \frac{2 \cdot D \cdot W}{E} \cdot ((Y(3))^2 + Y(2) \cdot Y(4)).$$

### 1.3.4. Начальные условия для системы уравнений при пуске гидропривода

Начальные условия для системы уравнений при пуске гидропривода следующие:

$$\begin{aligned} Y(1)|_{t=0} &= 0, & Y(2)|_{t=0} &= 0, & Y(3)|_{t=0} &= a_0, & Y(4)|_{t=0} &= -\left(\frac{K}{M} + A\right) \cdot a_0, \\ Y(5)|_{t=0} &= 0, & Y(6)|_{t=0} &= 0, & Y(7)|_{t=0} &= Q_{in}. \end{aligned}$$

Решить систему уравнений можно используя любые современные средства автоматизированного расчета (Simintech, MathCad, Matlab, Maple и др.). Результаты расчета представить в виде зависимостей переменных параметров гидросистемы от времени.

### 1.4. Анализ графиков переходных процессов

При анализе графика переходного процесса (рис.1.2) определяются основные параметры качества регулирования:

1. Время переходного процесса  $t_n$ , когда регулируемая величина достигает значения  $\pm 0.05H(t)_{\infty}$ , где  $H(t)_{\infty} = H_y$  - установившееся значение выходной величины,  $\Delta = 0,1H_y$ .

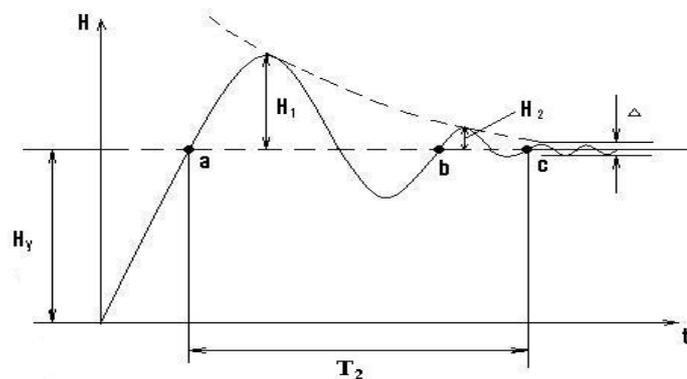


Рис.1.2. Переходной процесс с данными

для определения параметров качества регулирования

2. Вид переходного процесса: колебательный, монотонный, апериодический.

3. Максимальная динамическая ошибка

$$\sigma_{\max} = \frac{H(t)_{\max} - H(t)_{\infty}}{H(t)_{\infty}} \cdot 100\% ,$$

где  $H(t)_{\max}$  - максимальное значение выходной величины.

4. Время первого согласования  $t_1$ , за которое регулируемая величина первый раз достигает значения  $H_{\infty}$  .

5. Время  $t_M$  , за которое регулируемая величина возрастает до максимального значения  $H_{\max}$  .

6. Частота колебаний в переходном процессе

$$\nu = \frac{n}{t_n} ,$$

где  $n$  – количество колебаний за время  $t_n$ .

Так, на рис.1.6  $t_n = t_2$  - отрезок  $abc$ ,  $n = 2$ .

7. Декремент затухания переходного процесса

$$d = \ln \frac{H(t)_{\max} - H(t)_{\infty}}{H(t)_{\max i} - H(t)_{\infty}} ,$$

где  $H(t)_{\max}$  – максимальное значение выходной величины;  $H(t)_{\infty}$  - установившееся значение выходной величины;  $H(t)_{\max i}$  – следующее за  $H(t)_{\max}$  максимальное значение выходной величины, т.е.  $d = \ln \frac{H_1}{H_2}$ , см.

рис.1.2.

## Рекомендуемая литература

1. Антоненко В.И., Тумаков А.А., Чернавский В.А. Расчет магистралей гидравлических и пневматических приводов машин и механизмов. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2005.
2. Ануфриев И.Е. Самоучитель MatLab 5.3/6.x. - СПб.: Изд-во БХВ-Петербург, 2002.
3. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB 7. - СПб.: Изд-во БХВ-Петербург, 2005.
4. Казмиренко В.Ф. Электрогидравлические мехатронные модули движения. - М.: Радио и связь, 2001.
5. Коробочкин Б.Л. Динамика гидравлических систем станков. - М.: Машиностроение, 1976.
6. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. - М.: Машиностроение, 1987.
7. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2001.
8. Сидоренко В.С. Изучение и разработка схемотехнических решений промышленного гидропривода. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2001г.
9. Чернавский В.А. Динамика и регулирование гидро- пневмосистем: Учеб. Пособие. / В.А. Чернавский, А.В. Кожухова. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2007.