

ЛЕКЦИИ

**«Динамика и регулирование
ГИДРО- И ПНЕВМОСИСТЕМ»**

Введение. Цели и задачи курса «Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем»

Динамический расчет позволяет существенно ослабить или исключить, или существенно уменьшить вибрации элементов привода, обеспечить стабильность скорости подвижных элементов оборудования при различных возмущающих воздействиях. Поэтому вопросы динамики гидро- и пневмопривода и выбора их конструктивных параметров с учетом переходных процессов имеют большое значение [5,6].

Учебное пособие содержит основные положения теории автоматического регулирования, методы динамического расчета гидравлических и пневматических систем, примеры расчета гидропривода и его элементов на ЭВМ с использованием пакетов MathCad и Matlab.

В динамическом расчете большое внимание уделяется устойчивости отдельных контуров гидро- и пневмосистем, которые способны вызвать интенсивные вибрации и шум, а в ряде случаев нарушение работоспособности всей системы. В пособии рассмотрены особенности динамического расчета, приведены расчетные схемы гидро- и пневмоприводов для динамического анализа. Уделено внимание следующим вопросам: линеаризация уравнений математических моделей, типовые линейные звенья с примерами из гидро- и пневмопривода; операторная форма записи и преобразование Лапласа уравнений математических моделей гидро- и пневмосистем, построение типичных для гидравлики амплитудно-фазовых частотных характеристик (АФЧХ), построение вещественных частотных характеристик.

Рассмотрены также вопросы устойчивости гидро- и пневмосистем: понятие устойчивости и критерии оценки устойчивости гидро- и пневмосистем (ГПС), использование критериев устойчивости, анализ устойчивости методом D – разбиения.

В первом разделе проанализированы типовые схемы гидро- и пневмопривода, произведен динамический расчет процесса пуска и торможения гидропривода, дан расчет динамических характеристик с использованием пакета MATLAB.

В последующих разделах осуществлен динамический расчет силовой части гидро- и пневмопривода; проанализировано качество регулирования по результатам расчета переходных процессов.

Учебное пособие используется студентами специальности 150802 «Гидравлические машины, гидравлические приводы и гидропневмоавтоматика», а также может быть полезно студентам других инженерных специальностей в области машиностроительного гидропривода.

1. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ГИДРОСИСТЕМ ПУТЕМ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Расчет процессов разгона и торможения производится на примере гидропривода дроссельного регулирования.

1.1. Расчетная схема

Система уравнений математической модели процессов разгона и торможения гидропривода дроссельного регулирования, как правило, включает нелинейные дифференциальные уравнения, поэтому расчет выполняется на ЭВМ.

Расчетная схема гидропривода показана на рис.1.1, содержит насос (Н) постоянной производительности, параллельно которому включен предохранительно-переливной клапан (КП). Гидроцилиндр (ГЦ) имеет нагнетательную и сливную полости одинаковой площади.

Местные гидравлические сопротивления нагнетания (МСН) и слива (МСС) могут содержать различную аппаратуру (расходомеры, распределители, клапаны, дроссели, регуляторы расхода). Система разомкнута и содержит бак (Б), предназначенный для хранения, очистки и дегазации рабочей жидкости.

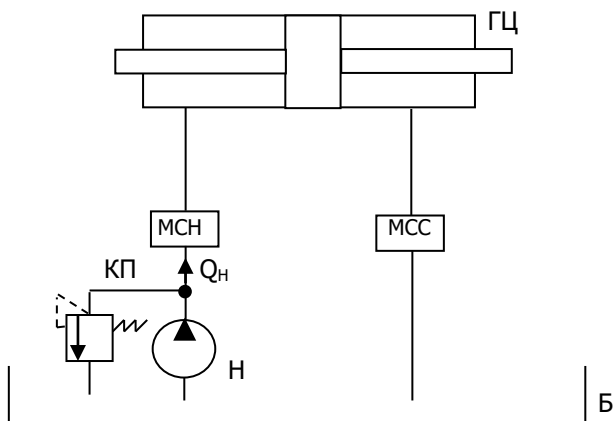


Рис.1.1. Расчетная схема гидропривода: ГЦ – гидроцилиндр; МСН – местные сопротивления нагнетания; МСС – местные сопротивления слива; Н – насос; КП – клапан предохранительно-переливной; Б – бак

1.2. Допущения математической модели

При написании уравнений математической модели сделаны следующие допущения:

1. Волновые процессы в гидролиниях не учитываются; принята модель сжимаемости жидкости, сосредоточенной в нагнетательной полости гидроцилиндра.

2. Рабочая площадь поршня в нагнетательной и сливной полостях гидроцилиндра принята одинаковой.

3. Принято давление настройки клапана $p_{\text{кп}} = \text{const}$, т.е. клапан, обладая идеальной характеристикой, поддерживает постоянное давление в гидросистеме независимо от расхода через клапан.

4. Расход насоса принят постоянным $Q_n = \text{const}$, не зависящим от рабочего давления, т.е. утечки в подвижных соединениях насоса не учитываются.

1.3. Уравнения математической модели для разгона и торможения с учетом сосредоточенной сжимаемости жидкости и силы трения, пропорциональной скорости

1. Уравнение движения:
$$M \frac{d^2 s}{dt^2} = F_n (p_{\text{кп}} - p) - K \frac{ds}{dt} - R.$$

2. Уравнение расходов:
$$Q_{\text{кп}} = Q_{\text{нт}} - Q_{\text{гц}} - Q_{\text{сж}},$$

где $M = M_{\text{пч}} + M_{\text{ж}}$ - приведенная к поршню гидроцилиндра масса;

$M_{\text{пч}}$ - масса подвижных частей и $M_{\text{ж}}$ - масса жидкости;

$$M_{\text{ж}} = \frac{\pi}{4} \cdot \rho \cdot l_{\text{гл}} \cdot d_{\text{эл}}^2 \cdot \left(\frac{d_{\text{п}}}{d_{\text{гл}}} \right)^4 ;$$

ρ - плотность жидкости;

$l_{\text{гл}}$ - длина гидролиний;

$d_{\text{эл}}$ - внутренний диаметр гидролиний;

$d_{\text{п}}$ - приведенный диаметр поршня; s - перемещение поршня гидроцилиндра;

s - перемещение поршня; t - время;

$$F_{\Pi} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{\Pi}^2 - \text{площадь поршня гидроцилиндра};$$

$p_{\text{кп}}$ - давление настройки клапана;

$$p = 0.5\rho \left(\lambda \cdot \frac{l_{\text{гп}}}{d_{\text{гп}}} + \sum \zeta \right) \left(\frac{d_{\Pi}}{d_{\text{эл}}} \right)^4 \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 - \text{потери давления в ли-}$$

нейных и местных сопротивлениях;

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} - \text{коэффициент гидравлического трения};$$

$$\text{Re} = \frac{d_{\Pi}^2}{d_{\text{гп}} \cdot \nu} \cdot \frac{ds}{dt} - \text{число Рейнольдса};$$

ν - коэффициент кинематической вязкости жидкости;

R - постоянная нагрузка;

K - коэффициент трения;

$Q_{\text{кп}}$ - расход клапана;

$Q_{\text{нт}}$ - расход насоса теоретический;

$$Q_{\text{гп}} = F_{\Pi} \cdot \frac{ds}{dt} - \text{расход гидроцилиндра};$$

$$Q_{\text{сж}} = \frac{W}{E} \cdot \frac{d(p_{\text{кп}} - p)}{dt} = -\frac{W}{E} \cdot \frac{dp}{dt} - \text{расход, вызванный сжи-}$$

маемостью жидкости.

Начальные условия при пуске:

$$\left. s \right|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t=0} = 0; \quad \left. \frac{d^2 s}{dt^2} \right|_{t=0} = a_0; \quad \left. Q_{\text{кп}} \right|_{t=0} = Q_{\text{нт}};$$

$$a_0 = \frac{F_{\Pi} \cdot p_{\text{кп}} - R}{M}, \quad \left. \text{Re} \right|_{t=0} = 0.$$

1.3.1. Исходные данные

1. $M_{\text{пч}}$ - приведенная к поршню масса подвижных частей;
2. ρ - плотность жидкости;
3. $l_{\text{гп}}$ - длина гидролиний;
4. $d_{\text{эл}}$ - внутренний диаметр гидролиний;
5. d_n - приведенный диаметр поршня;
6. $\sum \zeta$ - сумма коэффициентов местных сопротивлений;
7. R – постоянная нагрузка;
8. K – коэффициент трения;
9. E – приведенный объёмный модуль упругости;
10. $p_{\text{кп}}$ - давление настройки клапана;
11. S_0 – начальное перемещение поршня гидроцилиндра;
12. ν - коэффициент кинематической вязкости жидкости

1.3.2. Преобразование уравнений математической модели

1.3.2.1. Преобразование уравнения движения

После подстановки значений λ , Re и p в уравнение движения получаем:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{F_n \cdot p_{\text{кп}} - R}{M} - \left(\frac{32 F_n \cdot \rho \cdot \nu \cdot l_{\text{гп}}}{M \cdot d_n^2} \left(\frac{d_n}{d_{\text{гп}}} \right)^4 + \frac{K}{M} \right) \times \\ \times \frac{ds}{dt} - \frac{0.5 F_n \cdot \rho \cdot \sum \zeta}{M} \cdot \left(\frac{d_n}{d_{\text{гп}}} \right)^4 \cdot \left(\frac{ds}{dt} \right)^2$$

или

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = a_0 - \left(\frac{K}{M} + A \right) \frac{ds}{dt} - B \cdot \left(\frac{ds}{dt} \right)^2,$$

где

$$a_0 = \frac{F_{\Pi} \cdot p_{\text{кп}} - R}{M};$$

$$A = \frac{32 F_{\Pi} \cdot \rho \cdot \nu \cdot l_{\text{гп}}}{M \cdot d_{\Pi}^2} \cdot \left(\frac{d_{\Pi}}{d_{\text{эл}}} \right)^4;$$

$$B = \frac{0.5 F_{\Pi} \cdot \rho \cdot \sum \zeta}{M} \cdot \left(\frac{d_{\Pi}}{d_{\text{эл}}} \right)^4.$$

1.3.2.2. Преобразование уравнения расходов

После подстановки значений $Q_{\text{гц}}$ и $Q_{\text{сж}}$ получаем:

$$Q_{\text{кп}} = Q_{\text{нт}} - F_{\Pi} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{W}{E} \cdot \frac{dp}{dt},$$

где

$$p = \frac{A \cdot M}{F_{\Pi}} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{B \cdot M}{F_{\Pi}} \cdot \left(\frac{ds}{dt} \right)^2,$$

или

$$p = C \cdot \left(\frac{ds}{dt} \right) + D \cdot \left(\frac{ds}{dt} \right)^2,$$

где

$$C = \frac{A \cdot M}{F_{\Pi}}, \quad D = \frac{B \cdot M}{F_{\Pi}}, \quad \frac{dp}{dt} = C \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + 2 \cdot D \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2},$$

тогда

$$Q_{\text{кп}} = Q_{\text{нт}} - F_{\Pi} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{W \cdot C}{E} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{2 \cdot D \cdot W}{E} \cdot \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2};$$

$$\frac{dQ_{\text{кп}}}{dt} = -F_{\Pi} \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{W \cdot C}{E} \cdot \frac{d^3 s}{dt^3} + \frac{2 \cdot D \cdot W}{E} \cdot \left(\left(\frac{d^2 s}{dt^2} \right)^2 + \frac{ds}{dt} \cdot \frac{d^3 s}{dt^3} \right).$$

1.3.3. Система уравнений математической модели

Ввод обозначений: $S = Y(1), [\text{м}];$

$$\frac{ds}{dt} = Y(2), [м/с];$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = Y(3), [м/с^2];$$

$$\frac{d^3s}{dt^3} = Y(4), [м/с^3];$$

$$p = Y(5), [н/м^2];$$

$$Re = Y(6), [1];$$

$$Q_{\kappa\pi} = Y(7), [м^3/с]$$

позволяет получить систему семи дифференциальных уравнений первого порядка:

$$1. \frac{dY(1)}{dt} = Y(2),$$

$$2. \frac{dY(2)}{dt} = a_0 - \left(\frac{K}{M} + A \right) \cdot Y(2) - B \cdot (Y(2))^2,$$

$$3. \frac{dY(3)}{dt} = - \left(\frac{K}{M} + A \right) \cdot Y(3) - 2 \cdot B \cdot Y(2) \cdot Y(3),$$

$$4. \frac{dY(4)}{dt} = - \left(\frac{K}{M} + A \right) \cdot Y(4) - 2 \cdot B \cdot (Y(3))^2 - 2 \cdot B \cdot Y(2) \cdot Y(4),$$

$$5. \frac{dY(5)}{dt} = C \cdot Y(3) + 2D \cdot Y(2) \cdot Y(3),$$

$$6. \frac{dY(6)}{dt} = \frac{d_n^2}{d_{\varepsilon n} \cdot \nu} \cdot Y(3),$$

$$7. \frac{dY(7)}{dt} = -F_n \cdot Y(3) + \frac{W \cdot C}{E} \cdot Y(4) + \frac{2 \cdot D \cdot W}{E} \cdot ((Y(3))^2 + Y(2) \cdot Y(4)).$$

1.3.4. Начальные условия для системы уравнений при пуске гидропривода

Начальные условия для системы уравнений при пуске гидропривода следующие:

$$\begin{array}{llll} Y(1)|_{t=0} = 0, & Y(2)|_{t=0} = 0, & Y(3)|_{t=0} = a_0, & Y(4)|_{t=0} = -\left(\frac{K}{M} + A\right) \cdot a_0, \\ Y(5)|_{t=0} = 0, & Y(6)|_{t=0} = 0, & Y(7)|_{t=0} = Q_{\text{ит}}. \end{array}$$

Уравнения предыдущего раздела могут быть использованы также для расчёта процесса торможения при соответствующих начальных условиях, записываемых аналогично.

1.3.5. Последовательность решения уравнений математической модели на ЭВМ

Схема решения системы уравнений в MatLab [2, 3], состоит из следующих этапов:

1. Написание специальной функции (вектор функции), для системы уравнений.

2. Вызов подходящего сервера.

3. Визуализация результата.

Вектор – функция имеет вид:

Function $F = pt(t, Y)$,

$F =$ [подставить правые части последних уравнений со стр.9].

В первой строке указано название вектор – функции pt – пуск, торможение. В скобках обозначены аргумент t – время и функция $Y(i)$. Во второй и последующих строках приведены значения правых частей уравнений системы. Коэффициенты перед $Y(i)$ должны быть в численном виде.

Файл – функция для вызова сервера и визуализации результатов решения (в виде графика) имеет вид:

Function solvdem №.m,

$$Y(0) = \left[0; 0; a_0; -\left(\frac{K}{M} + A \right) \cdot a_0; 0; 0; Q_{\text{ит}} \right];$$

$$[T, Y] = \text{ode45}('pt', [0 \ 0.12], Y(0));$$

Plot (T, Y(:, i), 'r')

hold on

grid on

hold off

В обозначении функции № - номер функции. В первой строке приведён вектор начальных условий. Во второй строке приведена вектор-программа для вывода солвера ode45, реализующего метод решения Рунге-Кутты четвёртого и пятого порядков точности.

Обозначение pt вызывает Function F = pt(t,y); в квадратных скобках указан интервал счёта от нуля до 0.12 секунды; обозначение Y(i), где i – номер функции, см. раздел 1.3.3 «Система уравнений математической модели».

Приведённый выше метод решения - задача Коши при начальных условиях:

$$y(t_0) = U_0, y'(t_0) = U_1 \dots \dots \dots y^{(n-1)}(t_0) = U_{n-1}.$$

1.4. Динамический расчёт пуска гидропривода с учетом времени запаздывания

1.4.1. Уравнения математической модели

В приведенных ниже формулах использованы следующие обозначения [9]:

Q_n – действительный расход насоса (см. рис.1.1):

d_n - внутренний диаметр гидролинии от насоса до гидроцилиндра и от гидроцилиндра до бака;

E – приведенный объемный модуль упругости жидкости;

ζ - суммарный коэффициент местных сопротивлений гидролиний нагнетания и слива;
 Q_m - теоретический расход насоса;
 $Q_{гц}$ - расход гидроцилиндра;
 t - время;
 V_1 - скорость поршня гидроцилиндра при интегрировании уравнений движения;
 l - суммарная длина гидролинии от насоса до гидроцилиндра и от гидроцилиндра до бака;
 $d_{зол}$ - диаметр золотника направляющего гидроаппарата;
 ρ - плотность жидкости;
 $\zeta_{п}$ - коэффициент местного сопротивления поворота гидролиний;
 $Q_{ун}$ - расход утечек насоса;
 $F_{п}$ - рабочая площадь гидроцилиндра;
 Re - число Рейнольдса при движении жидкости в гидролинии;
 Re_{max} - число Рейнольдса при скорости $V_t = V_{max}$;
 $p_{кп}$ - давление настройки клапана КП (см. рис.1.1);
 $l_{зол}$ - ширина выступов золотников;
 K - коэффициент эксцентricности положения золотников;
 n - количество поворотов гидролиний;
 $Q_{уз}$ - расход утечек в зазоре между золотником и втулкой;
 V_{max} - максимальная скорость поршня гидроцилиндра в конце его разгона;
 S - перемещение поршня гидроцилиндра;
 S_{max} - максимальное перемещение при разгоне поршня;
 λ - коэффициент гидравлического сопротивления гидролинии;
 λ_{max} - максимальное значение коэффициента гидравлического сопротивления гидролинии при $V = V_{max}$;
 Δt - шаг времени при интегрировании уравнений движения;
 δ - зазор между золотником и втулкой;
 η_o - объемный КПД насоса Н (см. рис.1.1);
 R - сила сопротивления, преодолеваемая поршнем гидроцилиндра с учетом постоянной составляющей сил трения;
 Q_c - средний расход насоса при повышении давления от нуля до давления $P_{кп}$;
 M - приведенная к поршню гидроцилиндра масса подвижных частей и жидкости, наполняющей гидролинии;
 p - потери давления на преодоление трения жидкости в гидросистеме;

p_{\max} - потери давления при скорости $V = V_{\max}$;

t_n - время пуска гидропривода;

D, d_n - диаметр и приведенный диаметр поршня гидроцилиндра;

d - диаметр штока гидроцилиндра;

ν - коэффициент кинематической вязкости жидкости ;

$M_{пч}$ - масса подвижных частей, связанных с поршнем гидроцилиндра;

ΔW - объем масла, поступающего в нагнетательную гидролинию, при возрастании давления внутри нее от нуля до величины $P_{кп}$;

$t_{зап}$ - время запаздывания срабатывания гидропривода;

a - ускорение при разгоне поршня гидроцилиндра;

a_{\max} - ускорение в начале разгона поршня;

i - номер цикла интегрирования уравнений движения;

t_p - время разгона поршня гидроцилиндра от нулевой скорости до V_{\max} .

Время запаздывания срабатывания гидропривода зависит от объема масла ΔV , поступающего в гидролинию, когда давление внутри нее возрастает от нуля до давления $p_{кп}$, настройки клапана КП при переключении распределителя из нейтральной позиции в позицию, обеспечивающую перемещение поршня гидроцилиндра.

$$t_{зап} = \frac{\Delta W}{Q_c},$$

где

$$\Delta W = \frac{\pi}{4} \cdot d_n^2 \cdot l \cdot \frac{P_{кп}}{E};$$

$$Q_c = Q_m - 0,5 \cdot (Q_{yn} + 4 \cdot Q_{yz}); \quad Q_m = \frac{Q_n}{\eta_o};$$

$$Q_{yn} = Q_m - Q_n; \quad Q_{yz} = \frac{K \cdot \pi \cdot d_{зол} \cdot p_{кп} \cdot \delta^3}{12 \cdot \nu \cdot \rho \cdot l_{зол}}.$$

Максимальная скорость перемещения поршня гидроцилиндра при закрытом клапане КП

$$V_{\max} = \frac{Q_{\text{зц}}}{F_n},$$

где $Q_{\text{зц}} = Q_n - 4 \cdot Q_{\text{yz}}; \quad F_n = \frac{\pi}{4} \cdot d_n^2; \quad d_n = \sqrt{D^2 - d^2}.$

Уравнение движения поршня гидроцилиндра и связанных с ним подвижных частей при пуске гидропривода:

$$M \cdot \frac{d^2 S}{dt^2} = F_n \cdot (p_{\text{кп}} - p) - R,$$

где $M = M_{\text{нч}} + \frac{\pi}{4} \cdot \rho \cdot l \cdot d_n^2 \cdot \left(\frac{d_n}{d_n} \right)^4.$

Второе слагаемое последнего соотношения оценивает приведенную к поршню массу жидкости, наполняющую гидросистему.

$$p = 0,5 \cdot \rho \left(\lambda \cdot \frac{l}{d_n} + \zeta + n \cdot \zeta_n \right) \cdot \left(\frac{d_n}{d_n} \right)^4 \cdot \left(\frac{dS}{dt} \right)^2,$$

где $\lambda \cdot \frac{l}{d_n} + \zeta + n \cdot \zeta_n$ - коэффициент сопротивления гидросистемы.

При ламинарном режиме движения масла в гидролинии, когда $\text{Re} \leq 2320$

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$$

При турбулентном режиме, когда $\text{Re} > 2320$,

$$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{\text{Re}}}; \quad \text{Re} = \frac{V \cdot d_n}{\nu} \cdot \left(\frac{d_n}{d_n} \right)^2.$$

Начальные условия для решения уравнения движения:

$$V = \frac{dS}{dt} = 0 \quad \text{при } t = 0.$$

Решение уравнения движения позволяет найти время разгона поршня гидроцилиндра от нулевой скорости до V_{\max} .

Время пуска гидропривода:

$$t_n = t_{\text{зан}} + t_p.$$

Программа расчета содержит определение времени запаздывания срабатывания гидросистемы $t_{\text{зап}}$, максимальной скорости перемещения поршня гидроцилиндра V_{max} , времени движения поршня гидроцилиндра при разгоне t_p и определение времени пуска гидропривода t_n .

Выход из цикла при решении уравнения движения происходит при достижении или превышении скоростью поршня максимального значения скорости V_{max} ($V \geq V_{\text{max}}$) при затянувшемся времени разгона $t_p \geq 0,5$ с, $i \geq 500$, когда $\Delta t = 0,001$ с, и при малой величине ускорения разгона ($a \leq 0,2$ м/с²).

Вывод значений времени t , скорости поршня V , пройденного пути S , потерь давления p , ускорения a , числа Рейнольдса Re , коэффициента λ производится через 0,005 с.

1.4.2. Пример анализа результатов расчета

Результаты расчета пуска гидропривода (зависимость от времени ускорения, скорости и перемещения поршня гидроцилиндра, а также числа Рейнольдса) показаны на рис.1.2-1.5.

Моделирование пуска гидропривода проводилось при различных давлениях настройки предохранительного клапана.

На рис.1.2 линия а6,3 соответствует ускорению поршня гидроцилиндра при давлении настройки предохранительного клапана 6,3 МПа, линия а5 - ускорению поршня при давлении настройки 5 МПа, линия а4 - ускорению поршня при давлении настройки 4 МПа, линия а3 - ускорению поршня при давлении настройки 3 МПа.

На рис.1.3 линия в6,3 соответствует скорости поршня гидроцилиндра при давлении настройки предохранительного клапана 6,3 МПа, линия в5 - скорости поршня при давлении настройки 5 МПа, линия в4 - скорости поршня при давлении настройки 4 МПа, линия в3 - скорости поршня при давлении настройки 3 МПа.

На рис.1.4 линия s6,3 соответствует перемещению поршня гидроцилиндра при давлении настройки предохранительного клапана 6,3 МПа, линия s5 - перемещению поршня при давлении настройки 5 МПа, линия s4 - перемещению поршня при давлении настройки 4 МПа, линия s3 - перемещению поршня при давлении настройки 3 МПа.

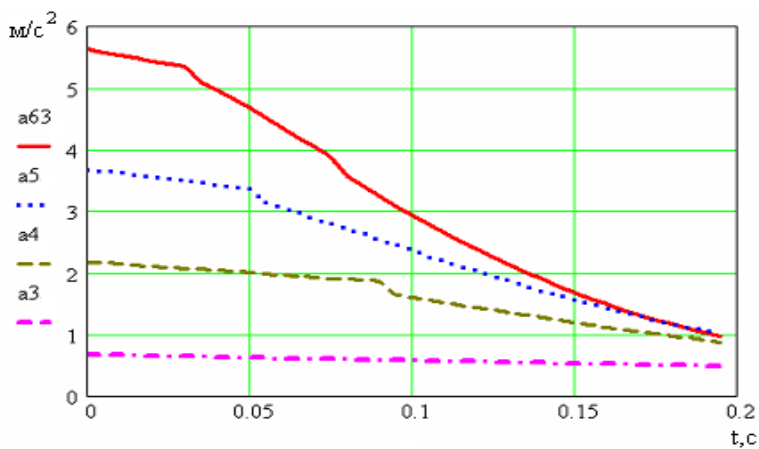


Рис.1.2. Зависимость ускорения поршня гидроцилиндра от времени

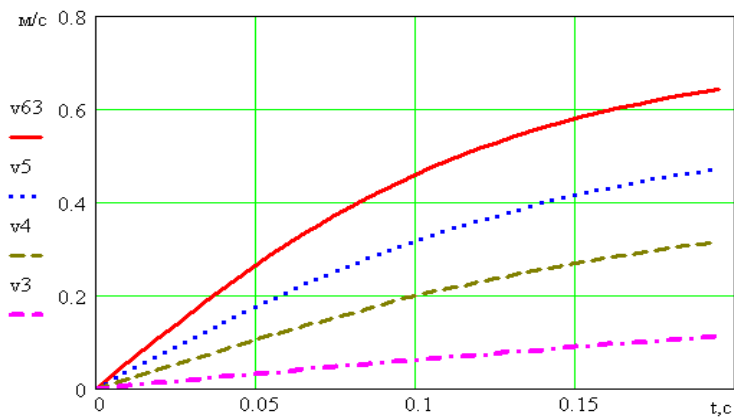


Рис.1.3. Зависимость скорости поршня гидроцилиндра от времени

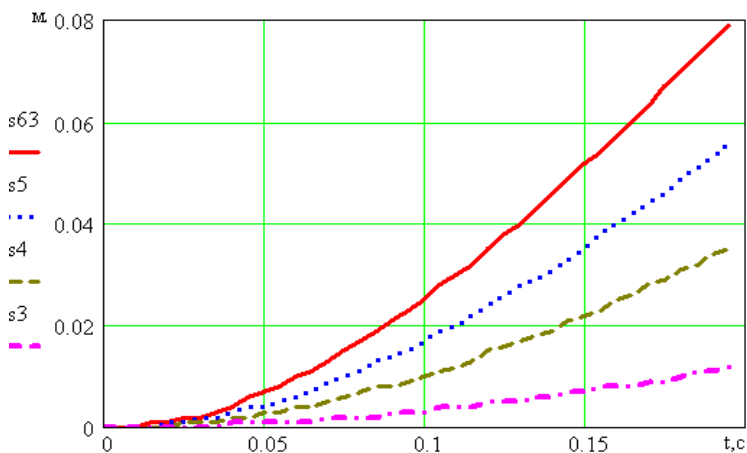


Рис.1.4. Зависимость перемещения поршня гидроцилиндра от времени

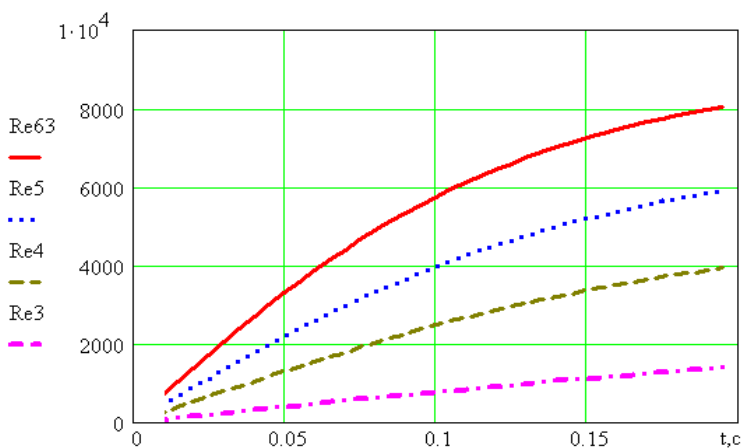


Рис.1.5. Зависимость числа Рейнольдса от времени

На рис.1.5 линия Re6,3 соответствует числу Рейнольдса при давлении настройки предохранительного клапана 6,3 МПа, линия Re5 - числу Рейнольдса при давлении настройки 5 МПа, линия Re4 - числу Рейнольдса при давлении настройки 4 МПа, линия Re3 - числу Рейнольдса при давлении настройки 3 МПа.

Анализ результатов переходных процессов при пуске гидропривода показал, что при большем давлении процесс пуска осуществляется более интенсивно. Так, при давлении настройки 6,3 МПа

ускорение поршня меняется с $a=5,8 \text{ м/с}^2$ в начале расчета до $a=1,01 \text{ м/с}^2$ при $t=0,195 \text{ с}$, при давлении настройки 5 МПа ускорение поршня меняется с $a=3,68 \text{ м/с}^2$ в начале расчета до $a=0,963 \text{ м/с}^2$ при $t=0,195 \text{ с}$, при давлении настройки 4 МПа ускорение поршня меняется с $a=2,18 \text{ м/с}^2$ в начале расчета до $a=0,877 \text{ м/с}^2$ при $t=0,195 \text{ с}$, при давлении настройки 3 МПа ускорение поршня меняется с $a=0,678 \text{ м/с}^2$ в начале расчета до $a=0,46 \text{ м/с}^2$ при $t=0,195 \text{ с}$.

Скорость поршня гидроцилиндра при давлении настройки 6,3 МПа возрастает с нуля в начале расчета до $v=0,643 \text{ м/с}$ при $t=0,195 \text{ с}$, при давлении настройки 5 МПа возрастает до $v=0,473 \text{ м/с}$ при $t=0,195 \text{ с}$, при давлении настройки 4 МПа возрастает до $v=0,316 \text{ м/с}$ при $t=0,195 \text{ с}$, при давлении настройки 3 МПа возрастает до $v=0,114 \text{ м/с}$ при $t=0,195 \text{ с}$.

Перемещение поршня гидроцилиндра за время $t=0,195 \text{ с}$ при давлении настройки 6,3 МПа составляет $s=0,079 \text{ м}$, при давлении настройки 5 МПа составляет $s=0,056 \text{ м}$, при давлении настройки 4 МПа составляет $s=0,035 \text{ м}$, при давлении настройки 3 МПа составляет $s=0,012 \text{ м}$.

Число Рейнольдса за время $t=0,195 \text{ с}$ при давлении настройки 6,3 МПа достигает значения $Re=8040$, при давлении настройки 5 МПа достигает значения $Re=5910$, при давлении настройки 4 МПа достигает значения $Re=3950$, при давлении настройки 3 МПа достигает значения $Re=1420$.

Анализ результатов расчета показал, что при всех давлениях настройки предохранительного клапана начало движения поршня гидроцилиндра происходит плавно. Колебательные процессы в гидравлической системе отсутствуют. Это дает возможность сделать вывод об устойчивости процесса начала движения.

1.5. Анализ графиков переходных процессов

При анализе графика переходного процесса (рис.1.6) определяются основные параметры качества регулирования [10]:

1. Время переходного процесса t_n , когда регулируемая величина достигает значения $\pm 0.05H(t)_{\infty}$, где $H(t)_{\infty}=H_y$ - установившееся значение выходной величины, $\Delta = 0,1H_y$.

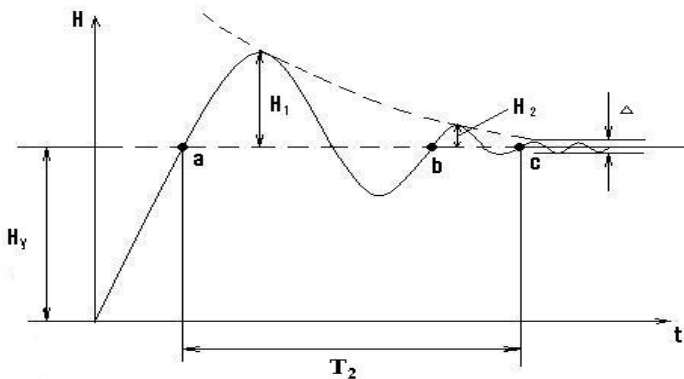


Рис.1.6. Переходной процесс с данными для определения параметров качества регулирования

2. Вид переходного процесса: колебательный, монотонный, аperiodический.

3. Максимальная динамическая ошибка

$$\sigma_{\max} = \frac{H(t)_{\max} - H(t)_{\infty}}{H(t)_{\infty}} \cdot 100\% ,$$

где $H(t)_{\max}$ - максимальное значение выходной величины.

4. Время первого согласования t_1 , за которое регулируемая величина первый раз достигает значения H_{∞} .

5. Время t_m , за которое регулируемая величина возрастает до максимального значения H_{\max} .

6. Частота колебаний в переходном процессе

$$\nu = \frac{n}{t_n} ,$$

где n – количество колебаний за время t_n .

Так, на рис.1.6 $t_n = t_2$ - отрезок abc , $n = 2$.

7. Декремент затухания переходного процесса

$$d = \ln \frac{H(t)_{\max} - H(t)_{\infty}}{H(t)_{\max i} - H(t)_{\infty}} ,$$

где $H(t)_{\max}$ – максимальное значение выходной величины; $H(t)_{\infty}$ - установившееся значение выходной величины; $H(t)_{\max i}$ – сле-

дующее за $H(t)_{\max}$ максимальное значение выходной величины,
т.е. $d = \ln \frac{H_1}{H_2}$, см. рис.1.6.

2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЁТА ГПС МЕТОДАМИ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

2.1. Линеаризация уравнений математической модели

Все уравнения, которые входят в математическую модель, должны быть линейными. Математическая модель ГПС, как правило, включают нелинейные зависимости, например, нелинейные характеристики местных сопротивлений (рис.2.1), где потери давления p нелинейно зависят от расхода Q .

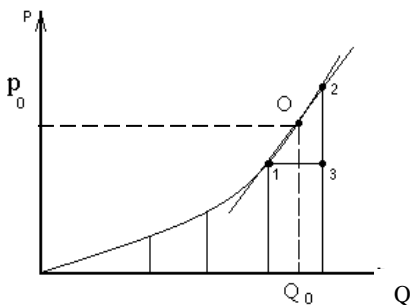


Рис.2.1. Характеристика местного сопротивления

Для линеаризации нелинейной зависимости в окрестности произвольной точки 0 с координатами p_0, Q_0 используется участок линии, касательной к характеристике в точке 0. Коэффициент K в линейной зависимости

$$p = p_0 + K \cdot Q$$

определяется как отношение катетов 2-3 и 1-3 прямоугольного треугольника 123:

$$K = \frac{2-3}{1-3}.$$

Линеаризацию функции $y(x)$ можно производить с помощью ряда Тейлора.

$$y(x) = y_o + \left. \frac{dy}{dx} \right|_{y_o} \cdot x + \left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{y_o} \cdot x^2 + \dots + \left. \frac{d^n y}{dx^n} \right|_{y_o} \cdot x^n.$$

В ряде Тейлора отбрасываются все слагаемые степень, которых выше первой, и тогда

$$K = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{y_o}.$$

Если $y(x,z)$ - функция двух переменных, то используется ряд Тейлора двух переменных:

$$y(x,z) = y_o + \left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{y_o} \cdot x + \left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_{y_o} \cdot z + \dots$$

Пример. Расход жидкости через дроссельное отверстие $Q(S_{gp}, p)$ – нелинейная зависимость, которая линеаризуется при вычислении коэффициентов k_1 и k_2 [4],

$$Q = \mu S_{op} \sqrt{\frac{2}{\rho}} p = Q_o + k_1 S_{op} + k_2 p,$$

где μ – коэффициент расхода; S_{gp} - площадь проходного сечения дросселя; p – перепад давления на дросселе; ρ - плотность жидкости;

$$k_1 = \left. \frac{\partial Q}{\partial S_{op}} \right|_{y_o} = \mu \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_o;$$

$$k_2 = \left. \frac{\partial Q}{\partial p} \right|_{y_o} = \mu S_{op_0} \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{p_0}} = \frac{\mu \cdot S_{op_0}}{\sqrt{2\rho \cdot p_0}}.$$

2.2. Типовые линейные звенья с примерами из гидро- и пневмопривода

Любую ГПС можно представить состоящей из соединённых между собой типовых линейных звеньев.

Наиболее часто используются линейные звенья:

- 1) звено 2-го порядка;
- 2) звено 1-го порядка;
- 3) усилительное звено;
- 4) интегрирующее звено;
- 5) дифференцирующее звено.

Система, составленная из этих звеньев, позволяет без решения уравнений математической модели решить вопрос об устойчивости системы и получить переходные процессы ГПС.

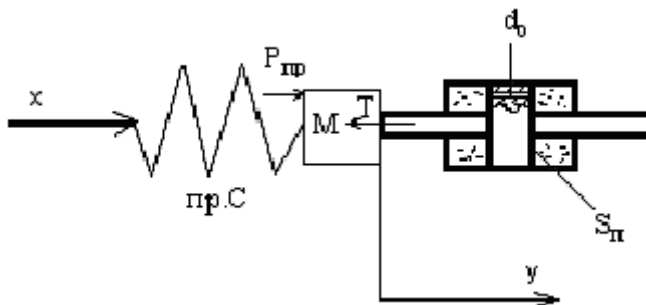


Рис.2.2. Схема звена второго порядка: М-масса; x- вход системы, перемещение левого конца пружины; y- выход системы, перемещение массы; $P_{пр}$ – усилие сжатия пружины; T – демпфирующая сила; S_n – площадь поршня демпфера

Рассмотрим силы, действующие на массу М (рис.2.2):

- слева действует сила пружины;
- справа- демпфирующая сила T.

$$P_{пр}-T=M \frac{d^2 y}{dt^2} \quad \text{ - уравнение равновесия сил, приложенных к}$$

массе;

$$P_{пр}=c(x-y); \quad T = S_n \gamma \zeta_o \frac{V_o^2}{2g},$$

где s – жесткость пружины; $\gamma \zeta_o \frac{V_o^2}{2g}$ – потери давления в отверстии;

ζ_o – коэффициент местного сопротивления отверстия; V_o – скорость движения жидкости в отверстии.

Будем считать, что режим движения жидкости в отверстии ламинарный, поэтому

$$\zeta_o = \frac{A_o}{Re} = \frac{\nu \cdot A_o}{V_o \cdot d_o},$$

так как

$$Re = \frac{V_o \cdot d_o}{\nu},$$

где A_o – постоянная отверстия; ν – коэффициент кинематической вязкости (рис.2.3).

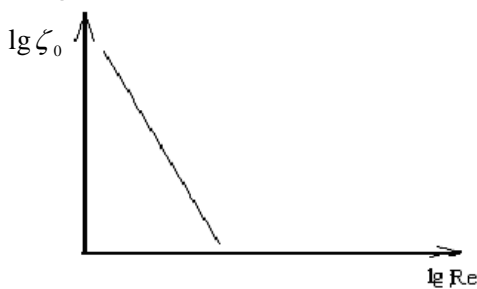


Рис.2.3. Зависимость ζ_o (Re) демпфера

После преобразований получим

$$T = S_n \gamma \frac{A_o \nu}{d_o} \cdot \frac{V_o}{2g}.$$

Уравнение неразрывности для потока жидкости

$$V_o \cdot \frac{\pi}{4} d_o^2 = S_n \frac{dy}{dt},$$

отсюда

$$V_o = \frac{S_n}{\frac{\pi}{4} d_o^2} \frac{dy}{dt};$$

$$T = S_n^2 \gamma \frac{A_o v}{\frac{\pi}{2} d_o^3 \cdot g} \cdot \frac{dy}{dt} = B \frac{dy}{dt},$$

где $B = \gamma \frac{A_o v \cdot S_n^2}{\frac{\pi}{2} d_o^3 \cdot g}$; B- постоянная величина.

Тогда уравнение звена 2-го порядка имеет вид

$$c(x - y) - B \frac{dy}{dt} = M \frac{d^2 y}{dt^2};$$

$$\frac{M}{c} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{B}{c} \cdot \frac{dy}{dt} + y = kx,$$

где $T_1 = \frac{B}{c}$, $T_2 = \sqrt{\frac{M}{c}}$, $k=1$; T_1 , T_2 – постоянные времени; k - коэффициент передачи; все слагаемые последнего уравнения имеют размерность длины; постоянные T_1 и T_2 имеют размерность времени.

В результате типовые линейные звенья имеют следующие уравнения:

1) звено 2-го порядка $T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$. (см. рис.2.2);

2) звено 1-го порядка $T \frac{dy}{dt} + y = kx$. (рис.2.4);

3) усилит.звено $y=kx$, (рис.2.5);

4) интегрирующее звено $T \frac{dy}{dt} = kx$ или $\frac{dy}{dt} = \frac{k}{T} x$ (рис.2.6);

5) дифференцирующее звено $\frac{dx}{dt} = ky$ (рис.2.7).

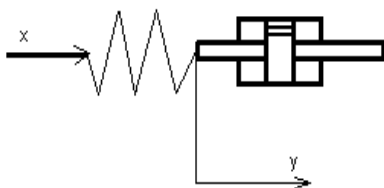


Рис.2.4. Схема звена первого порядка

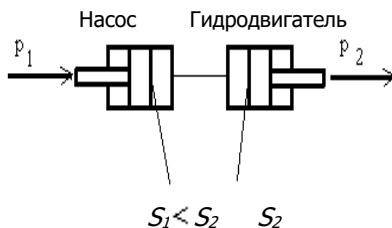


Рис.2.5. Схема усилительного звена: P_1 и P_2 - усилия на штоках насоса и гидроцилиндра; S_1 и S_2 - площади поршней

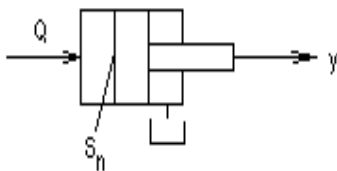


Рис.2.6. Схема интегрирующего звена: Q - расход жидкости, поступающей в гидроцилиндр с площадью поршня S_n и перемещением y

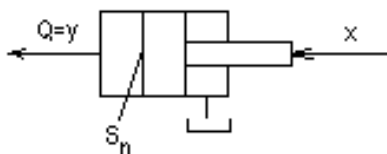


Рис.2.7. Схема дифференцирующего звена: X - перемещение штока гидроцилиндра; S_n - площадь поршня; $Q=y$ - расход жидкости на выходе из цилиндра

Усилительное звено, показанное на рис.2.5, характеризуют соотношения: $P_2 = P_1 \frac{S_2}{S_1}$; $P_2 = k P_1$, где $K = \frac{S_2}{S_1}$.

Интегрирующее звено характеризуют соотношения: $Q = \frac{dy}{dt} S_n$, см. рис.2.6, $\frac{Q}{S_n} = \frac{dy}{dt}$, что аналогично $\frac{dy}{dt} = \frac{k}{T} \cdot x$, где $Q = x$; $\frac{1}{S_n} = \frac{k}{T}$.

Формула дифференцирующего звена $Q = S_n \frac{dx}{dt}$, см.

рис.2.7.

Обычно уравнения звеньев представляются в операторной форме, которая имеет вид

$$\frac{d}{dt} = p,$$

тогда

$$\frac{dy}{dt} = py; \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{d(\frac{dy}{dt})}{dt} = p^2 y.$$

В операторной форме уравнения звеньев:

$T_2^2 p^2 y + T_1 p y + y = kx$ – звено 2-го порядка;

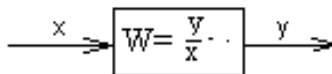
$T p y + y = kx$ – звено 1-го порядка;

$y = kx$ – усилительное звено;

$T p y = kx$ – интегрирующее звено;

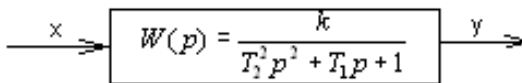
$p x = k y$ – дифференцирующее звено.

Передающая функция звена(системы) W со входом x и выходом y выглядит:

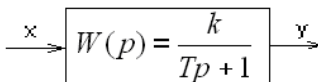


Передаточная функция звена 2-го порядка:

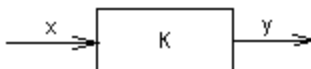
$$y(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1) = kx, \text{ имеет вид } W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}, \text{ т.е.}$$



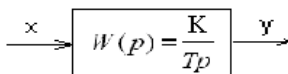
Звена 1-го порядка:



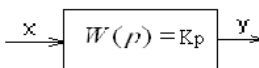
Усилительного звена:



Интегрирующего звена:



Дифференцирующего звена:



2.3. Соединение линейных типовых звеньев

Гидро-пневмосистема (ГПС) может быть представлена как совокупность линейных типовых звеньев. Для любой ГПС можно составить структурную схему динамического анализа. Имея схему, можно определить передаточную функцию ГПС.

Линейные типовые звенья можно соединить тремя способами:

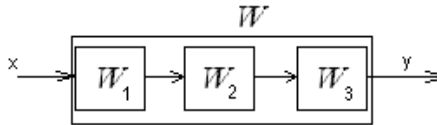
- 1) последовательно;
- 2) параллельно;
- 3) встречно-параллельно (с сумматором, который реализует обратную связь).

2.3.1. Последовательное соединение типовых звеньев

Передаточная функция соединения

$$W = W_1 W_2 W_3$$

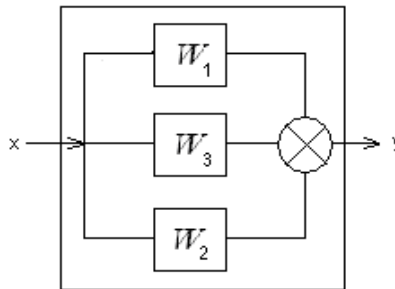
где $W_i, i = 1, 2, 3 \dots$ - передаточные функции последовательно соединённых звеньев; W – передаточная функция последовательного соединения.



2.3.2. Параллельное соединение типовых звеньев

Передаточная функция соединения:

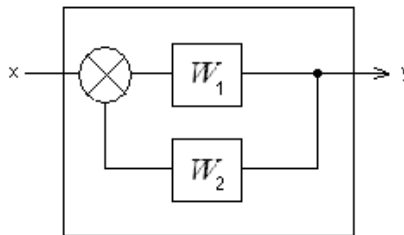
$$W = W_1 + W_2 + W_3.$$



2.3.3. Встречно-параллельное соединение типовых звеньев

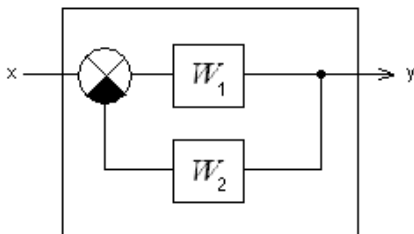
Встречно-параллельные соединения бывают двух видов:


- с положительной обратной связью:



где передаточная функция соединения $W = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2}$,

и с отрицательной обратной связью:



где обозначение  - инвертированный сумматор, а передаточная функция соединения $W = \frac{W_1}{1 + W_1 W_2}$.

2.4. Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ)

Задаётся вход ГПС:

$$x = a_x \cdot e^{st} = a_x \cdot e^{i\omega t},$$

где a_x - амплитуда входного сигнала; $S=i\omega$ - аргумент изображения функции после применения преобразования Лапласа; i - мнимая единица; ω - круговая частота $0 \leq \omega < \infty$.

Поскольку ГПС имеет линейную математическую модель, то выход системы:

$$y = a_y e^{i(\omega t + \varphi)},$$

где a_y - амплитуда выходного сигнала; $\frac{a_x}{a_y} = M(\omega)$; $\varphi(\omega)$ - угол

сдвига фазы.

Если $\omega=0$, то M - действительное число.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) - это годограф вектора M при изменении круговой частоты от нуля до бесконечности: $0 \leq \omega < \infty$ (рис.2.8).

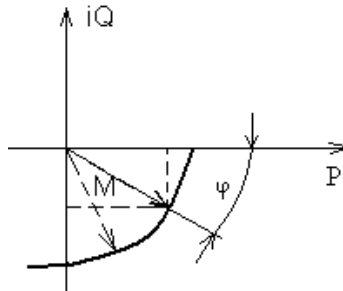


Рис.2.8. Построение АФЧХ
(где P и iQ – оси действительных и мнимых чисел)

Запишем уравнение АФЧХ, для этого проектируем вектор M на оси координат и геометрически складываем проекции.

$$M \cos \varphi + M i \sin \varphi = M (\cos \varphi + i \sin \varphi) = M e^{i\varphi}.$$

2.5. Изображение передаточной функции ГПС

Изображение передаточной функции ГПС, полученное с помощью преобразования Лапласа, выражается формулой

$$W(S) = \frac{y}{x} = \frac{a_y e^{i(\omega t + \varphi)}}{a_x e^{i\omega t}} = M e^{i\varphi},$$

то есть уравнение АФЧХ является изображением передаточной функции системы.

Приравняв нулю знаменатель передаточной функции замкнутой системы, можно найти характеристическое уравнение замкнутой системы.

2.6. Устойчивость ГПС

2.6.1. Понятие устойчивости

Под устойчивостью гидропривода(пневмопривода) понимается его способность приходить в состояние устойчивого равновесия, после того как под влиянием какого-либо возмущающего воздействия привод был выведен из этого состояния. Возмущающие воздействия могут поступать: из внешней среды (например, изменение температуры), со стороны нагрузки (изменение массы, силы сопротивления), со стороны привода (изменение давления, расхода рабочей жидкости), со стороны системы управления (изменение перемещения, скоростей ускорения, органов управления).

Проверка устойчивости проводится, как правило, до исследования переходных процессов с помощью критериев устойчивости, рассматриваемых в теории автоматического регулирования. Эти критерии можно применять как к анализу устойчивости гидросистем с обратной связью, так и к анализу устойчивости движения любого гидроустройства или гидропривода без обратной связи [4, с.108].

2.6.2. Примеры устойчивой и неустойчивой систем

Понятие устойчивости иллюстрирует переходной процесс следящего гидропривода, схема которого показана на рис.2.9.

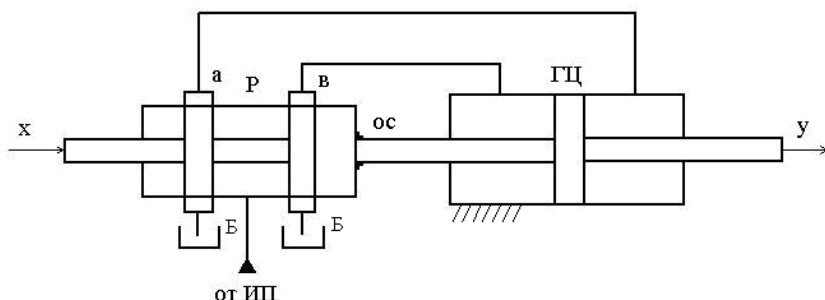


Рис.2.9. Схема следящего гидропривода СГП: ГЦ – гидроцилиндр, Р – распределитель, Б – бак, ИП – источник питания, ОС – обратная связь (жесткое соединение штока гидроцилиндра с корпусом распределителя)

При перемещении золотника вправо откроются проточки *а* и *в*. Поршень гидроцилиндра повторит перемещение золотника, т.е. перемещение поршня *у* равно перемещению золотника распределителя *х* при $0 < t < t_0$.

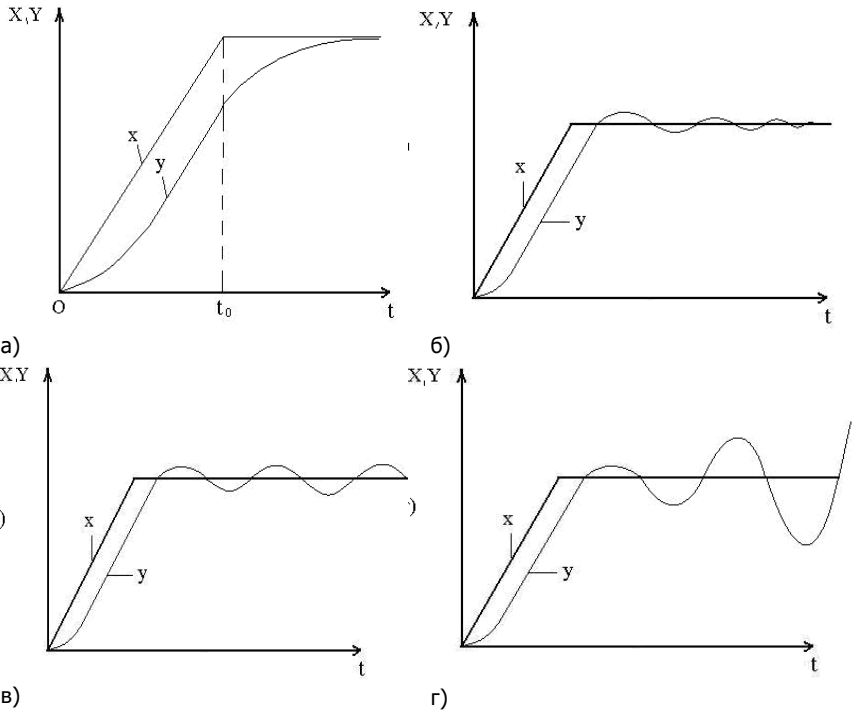


Рис.2.10. Разновидности переходного процесса торможения СГП: а – аperiodический, б – колебательный с затуханиями колебаний, в – колебательный с незатухающими колебаниями постоянной амплитуды, г – колебательный с колебаниями возрастающей амплитуды

В момент времени t_0 золотник распределителя Р останавливается, $X = \text{const}$, возвращение в равновесное состояние поршня гидроцилиндра происходит постепенно вследствие инерционности привода (рис.2.10). Переходные процессы на рис.2.10, а, б свидетельствуют о том, что привод устойчивый, кривая на рис.2.10, в указывает на возникновение незатухающих колебаний, а на рис.2.10, г – на появление колебаний с увеличивающейся амплитудой. Эти варианты переходного процесса соответствуют неустановившемуся гидроприводу.

На практике обычно возмущения, которым подвергается система, следуют непрерывно – одно за другим, и система не успевает вернуться в равновесное состояние.

Техническое определение устойчивости: система устойчива, если её выходные параметры ограничены по величине в условиях длительного функционирования системы при ограниченных по величине возмущениях, которым она подвергается.

2.7. Методы решения задачи об устойчивости

Для решения задачи об устойчивости ГПС используют:

- гиперболу И.А.Вышнеградского,
- диаграмму И.А.Вышнеградского,
- критерий А.В.Михайлова,
- критерий Э.Рауса и А.Гурвица,
- критерий Г.Найквиста и другие методы [6, 7].

2.7.1. Гипербола И. А. Вышнеградского

Гипербола И.А.Вышнеградского строится для характеристического уравнения третьей степени (рис.2.11)

$$a_3S^3 + a_2S^2 + a_1S + a_0 = 0,$$

приведенного к нормированному виду

$$Z^3 + AZ^2 + BZ + 1,$$

где

$$Z = S \cdot \sqrt[3]{\frac{a_3}{a_0}};$$

$$A = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_0 \cdot a_3^2}};$$

$$B = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_0^2 \cdot a_3}}.$$

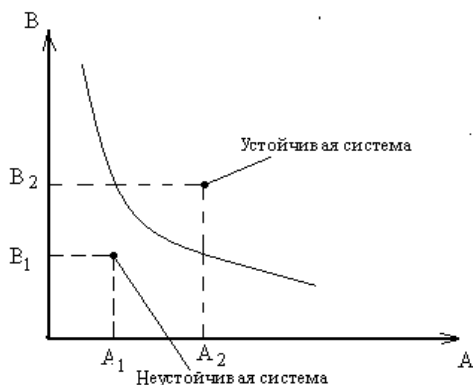


Рис.2.11. Гиперболическая зависимость

Величина Z пропорциональна S , $Z \sim S = i\omega$. Вместо Z подставим $i\omega$:

$$(i\omega)^3 + A(i\omega)^2 + Bi\omega + 1 = 0;$$

тогда

$$-i\omega^3 + A\omega^2 + Bi\omega + 1 = 0;$$

или

$$i\omega(B - \omega^2) + (1 - A\omega^2) = 0;$$

можно считать, что

$$i\omega(B - \omega^2) = 0$$

откуда

$$B = \omega^2,$$

и $1 - A\omega^2 = 0$, откуда $\frac{1}{A} = \omega^2$, то есть $B = \frac{1}{A}$ - гипербола.

Если точка с координатами $A = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_o a_3^2}}$, $B = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_3 a_o^2}}$ будет

точно на гиперболе, то судить об устойчивости системы нельзя.

Если точка с координатами A_1, B_1 , расположена ниже гиперболы, то система неустойчива.

Если точка с координатами A_2 и B_2 , расположена выше гиперболы, то система устойчива (рис.2.11).

2.7.2. Диаграмма И.А. Вышнеградского

Диаграмма Вышнеградского характеризует устойчивость систем с характеристическим уравнением 3-й степени (рис.2.12). Ниже гиперболы система неустойчива. Выше гиперболы имеются три области I-III.

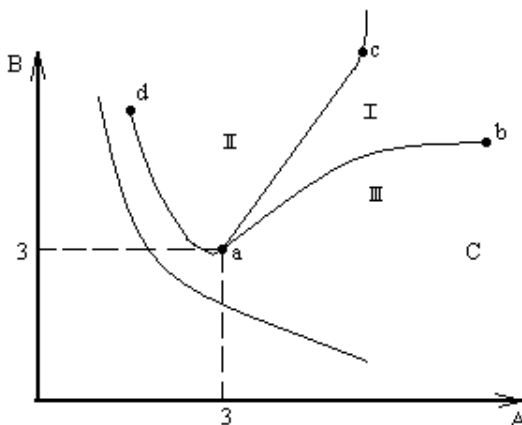
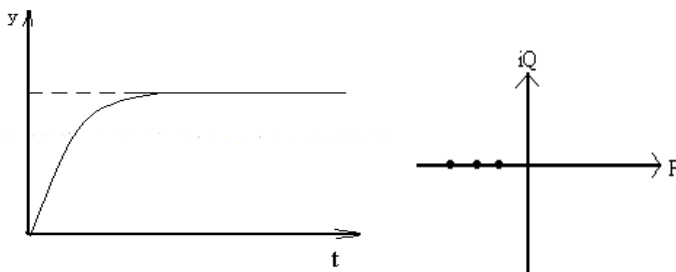
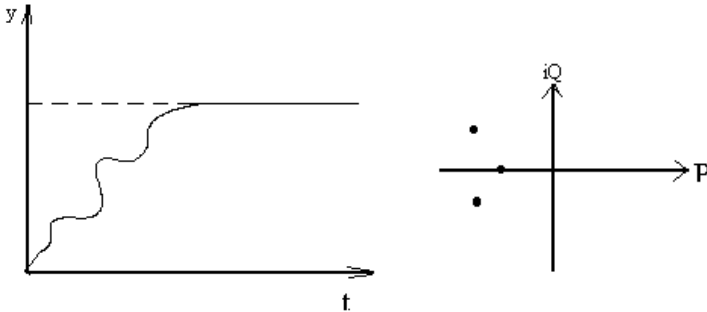


Рис.2.12. Диаграмма И.А. Вышнеградского

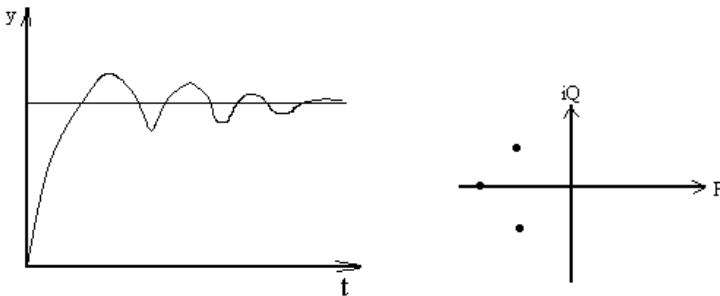
I область - система устойчива, а переходной процесс аperiodический, выход системы $y(t)$ получен при ступенчатом входном воздействии $x(t)$. Все корни характеристического уравнения действительны, т.е. три корня уравнения расположены на действительной оси P , слева от линии оси iQ (показаны точками):



II область - переходной процесс монотонный: действительный корень расположен на действительной оси P слева от мнимой iQ , два сопряжённых мнимых корня расположены левее действительного корня:



III область – колебательный переходной процесс, один действительный корень и два сопряжённых мнимых корня, расположенных правее действительного корня:



Точка a на диаграмме И.А.Вышнеградского имеет координаты $A=3$, $B=3$. Характеристическое уравнение в нормированном виде

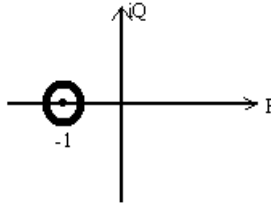
$$Z^3 + 3Z^2 + 3Z + 1 = 0,$$

или

$$(Z+1)^3 = 0.$$

Уравнение имеет три корня, все они одинаковы и равны минус единице, т.е.

$$Z_{1,2,3} = -1.$$



Уравнения кривых, разграничивающих области I, II, III (см. рис.2.12) соответственно следующие:

$$\text{ab:} \quad A = \frac{1 + 2\alpha^3}{\alpha^2}, \quad B = \frac{\alpha^3 + 2}{\alpha^2};$$

$$\text{ac:} \quad A = \frac{\alpha^3 + 2}{\alpha}, \quad B = \frac{1 + 2\alpha^3}{\alpha^2};$$

где

$$\alpha = 1, 2, 3, \dots;$$

$$\text{ad:} \quad B = \frac{2A^3 + 27}{9A}.$$

Программа MathCad для построения диаграммы И.А. Вышнеградского приведена в приложении А.

2.7.3. Критерий устойчивости А.В.Михайлова

Характеристическое уравнение - это знаменатель передаточной функции $W(S)$, который приравнен нулю, т.е. если

$$W(S) = \frac{B(S)}{A(S)}.$$

то характеристическое уравнение

$$A(S) = 0,$$

где $S = i\omega$, $i = \sqrt{-1}$, $0 \leq \omega < \infty$.

Критерий А.В. Михайлова: для устойчивости ГПС необходимо и достаточно, чтобы годограф вектора $A(S)$ при $0 \leq \omega \leq \infty$ начинался на положительной части вещественной оси и в направлении против часовой стрелки последовательно проходил n квадрантов комплексной плоскости, где n - порядок характеристического уравнения (рис.2.13).

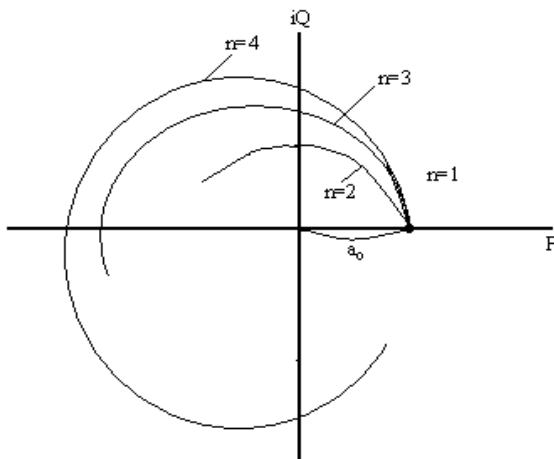


Рис.2.13. Годографы Михайлова для устойчивых систем

Характеристическое уравнение имеет вид:

при $n=2$ $a_2 S^2 + a_1 S + a_o = 0;$

при $n=3$ $a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_o = 0;$

при $n=4$ $a_4 S^4 + a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_o = 0.$

В приложении Б приведен пример построения годографа Михайлова для устойчивой ГПС с характеристическим уравнением пятой степени.

2.7.4. Критерий Э.Рауса – А.Гурвица

Критерий Э.Рауса – А.Гурвица является алгебраическим. Для устойчивости ГПС необходимо и достаточно, чтобы определители

матриц, составленные из коэффициентов характеристического уравнения, и все коэффициенты характеристического уравнения были больше нуля.

Правило составления матриц: если имеется характеристическое уравнение n-го порядка

$$a_n S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0 = 0,$$

то матрица составляется следующим образом:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & & \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & a_n \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ & & & a_0 \end{vmatrix}.$$

Все пустые места заполняются нулями. Определители матриц более низкого порядка получают вычеркиванием последних строк и столбцов.

Все определители, которые получают таким способом, должны быть больше нуля.

Пример.

$$a_4 S^4 + a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = 0.$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_4 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_0 & a_1 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_4 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_1 = a_3.$$

Вычисление Δ_i производится по следующей формуле:

$$\Delta_n = \sum_{k=1}^n a_{kj} (-1)^{k+j} M_{kj},$$

где a_{kj} - элемент, который расположен в k -й строке, j -м столбце;
 M_{kj} - минор элемента a_{kj} , например, при $n = 2$.

$$\Delta_2 = a_3 (-1)^{1+1} a_2 + a_4 (-1)^{1+2} a_1;$$

$$\Delta_2 = a_3 a_2 - a_4 a_1.$$

2.8. Анализ графиков вещественных частотных характеристик

Переходной процесс, вызванный единичным ступенчатым воздействием (см. п.1.5), зависит от вида вещественной частотной характеристики (ВЧХ), поэтому качество регулирования можно оценить по графику ВЧХ. Рассмотрим пять типовых особенностей ВЧХ.

1. Значение ВЧХ при $\omega=0$ совпадает с установившимся значением выходной величины (рис.2.14).

2. При невозрастающей ВЧХ максимальная динамическая ошибка не превышает 18% (см. рис.2.14).

3. При ВЧХ с увеличением ω сначала возрастающей, а затем убывающей (имеющей максимум) (рис.2.15)

$$\sigma_{\max} = \frac{\operatorname{Re}(W(\omega))_{\max} - \operatorname{Re}(W(0))}{\operatorname{Re}(W(0))} \cdot 100\% .$$

4. Если ВЧХ является непрерывной положительной функцией с монотонно убывающей отрицательной производной (рис.2.16)

$$0 > \frac{d \operatorname{Re}(W(\omega))}{d\omega} ,$$

то переходной процесс монотонный.

5. Время монотонного переходного процесса t_n будет меньше

$$\frac{4 \cdot \pi}{\omega_m},$$

где ω_m - частота, при которой $\text{Re}(W(\omega)) = 0$.

Для других процессов:

$$\frac{3 \cdot \pi}{\omega_m} < t_n < \frac{8 \cdot \pi}{\omega_m}.$$

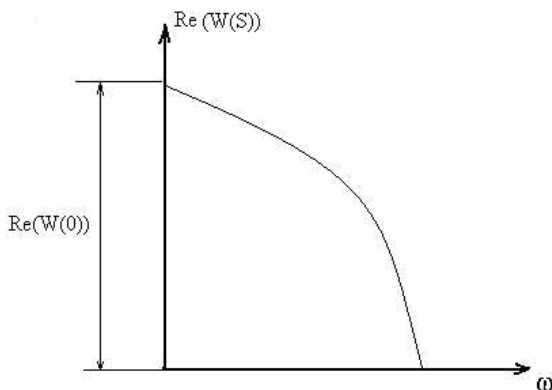


Рис.2.14. Невозрастающая вещественная частотная характеристика: ω – круговая частота, $0 \leq \omega < \infty$; $\text{Re}(W(0))$ – значение ВЧХ при круговой частоте $\omega = 0$

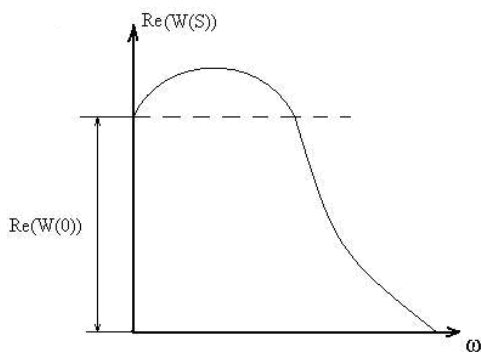


Рис.2.15. Вещественная частотная характеристика, имеющая максимум

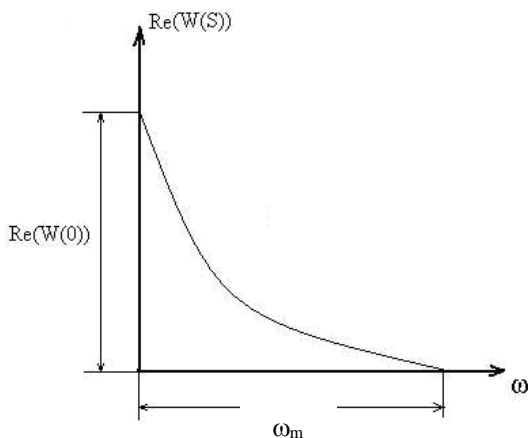


Рис.2.16. Вещественная частотная характеристика является непрерывной положительной функцией с отрицательной, монотонно убывающей по абсолютной величине производной

2.9. Построение переходных процессов по вещественным частотным характеристикам

Переходной процесс можно построить, имея ВЧХ, при этом не решая систему уравнений математической модели, используя соотношение:

$$Y(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Re(W(S))}{\omega} \cdot \sin(\omega t) \cdot d\omega.$$

Интегрирование происходит от нуля до бесконечности. При решении на ЭВМ вместо нуля подставляем малое число (например, 0,00001), а вместо бесконечности – конечное большое число.

Пример построения переходного процесса с использованием приведенного соотношения см. в приложении В.

3. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ СИЛОВОЙ ЧАСТИ ГИДРОПРИВОДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

3.1. Расчетная схема

Расчётная схема показана на рис.3.1, где в качестве гидро-двигателя использован одно- или двухштоковый гидроцилиндр, шток которого имеет массовую и упругую нагрузку.

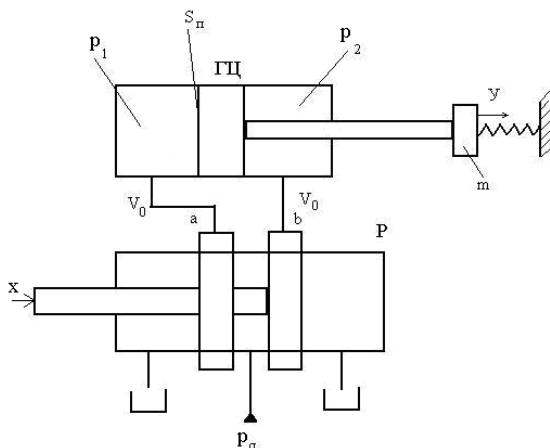


Рис.3.1. Расчётная схема силовой части гидропривода:
ГЦ – гидроцилиндр; P – распределитель; x, y – перемещение
золотника распределителя и штока ГЦ

Разработка расчетной схемы предусматривает проведение гидравлического расчета и выбор элементов гидропривода [1, 8].

3.2. Уравнения математической модели

При рассмотрении расчётной схемы сделаны следующие допущения математической модели:

- гидроцилиндр жёстко закреплён и масса m жёстко соединена с его штоком;
- волновые процессы в жидкости не учитываются;
- площадь поршня гидроцилиндра слева и справа принимаем одинаковой;
- приведенный модуль объёмной упругости – постоянная величина, независящая от давления p : $E(p) = \text{const}$.

Приняв эти допущения, можно записать уравнения математической модели, которые представлены в линеаризованном виде.

Первое уравнение расхода жидкости через проточку а, которая перекрывается золотником распределителя Р:

$$Q_a = K_{a1} (p_n - p_1) + K_{a2} X,$$

где Q_a – расход жидкости через проточку а; K_{a1} и K_{a2} – коэффициенты пропорциональности в зависимости расхода от перемещения золотника x и давлений p_n и p_1 ; p_n – давление питающей установки, p_1 – давление нагнетательной полости ГЦ; X – перемещение золотника.

Уравнение расхода через прорезь b

$$Q_b = K_{b1} (p_2 - p_{cl}) + K_{b2} X,$$

где K_{b1} и K_{b2} – коэффициенты пропорциональности в зависимости расхода через проточку b от перемещения золотника x , от давления p_2 и p_{cl} ; p_{cl} – давление слива (в баке), p_2 – давление сливной полости ГЦ.

На основании уравнения неразрывности расходы Q_a и Q_b равны расходу золотника $Q_{зол}$:

$$Q_a = Q_b = Q_{зол}.$$

Левые и правые части уравнений расхода Q_a и Q_b сложим, в результате придём к зависимости

$$Q_{зол} = K_{зол1}(p_n - p_{cl} - p_n) + K_{зол2}X,$$

где p_n – разность давлений p_1 и p_2 .

Примечание: определение коэффициентов $K_{зол1}$ и $K_{зол2}$ необходимо производить с использованием п.2.1 и уравнения характеристики

$$Q_{зол} = \mu \cdot \pi \cdot d_{зол} \cdot x \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_n - p_{cl} - p_n)}.$$

Второе уравнение математической модели – уравнение расходов без учёта сжимаемости жидкости:

$$Q_{зол} = S_n \cdot \frac{dy}{dt},$$

где S_n – площадь поршня гидроцилиндра; $\frac{dy}{dt}$ – скорость поршня.

Для сжимаемой жидкости

$$Q_{\text{зол}} = S_{\text{п}} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{V_0}{2E} \cdot \frac{dp_{\text{н}}}{dt},$$

где E – приведенный модуль упругости жидкости; V_0 – объём жидкости, наполняющей систему (жидкость в полостях цилиндра и подводящих линиях).

Третье уравнение математической модели – уравнение движения поршня ГЦ:

$$S_{\text{п}} \cdot p_{\text{н}} - K_{\text{тр}} \cdot \frac{dy}{dt} - C_{\text{н}} \cdot y = \frac{m \cdot d^2 y}{dt^2},$$

где $S_{\text{п}} \cdot p_{\text{н}}$ – сила давления жидкости на поршень гидроцилиндра;

$K_{\text{тр}} \cdot \frac{dy}{dt}$ – сила трения; $K_{\text{тр}}$ – коэффициент трения;

$C_{\text{н}} \cdot y$ – сила давления пружины; $C_{\text{н}}$ – жёсткость пружины;

$\frac{m \cdot d^2 y}{dt^2}$ – сила инерции.

3.3. Преобразование уравнений математической модели

Преобразуем уравнения математической модели, считая, что на входе силовой части гидропривода дроссельного регулирования ступенчатое перемещение золотника распределителя x , а на выходе перемещение штока гидроцилиндра – y :



Путем необходимых алгебраических преобразований из трёх уравнений получаем одно уравнение, описывающее поведение гидропривода, куда входит вход X и выход Y гидропривода. Во время преобразования используется операторная форма записи и преобразование Лапласа:

$$T_1 \cdot S \cdot (T_2^2 \cdot S^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T_2 \cdot S + 1) \cdot y = x - K_{\text{н}} \cdot y,$$

где T_1 , T_2 – постоянные времени, определяемые соотношениями:

$$T_1 = \frac{S_n}{K_{\text{зол2}}},$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{m}{C_y}},$$

где C_y – коэффициент, характеризующий гидроцилиндр,

$$C_y = 2 \cdot S_n^2 \cdot \frac{E}{V_0};$$

S_n – площадь поршня; E – приведенный объёмный модуль упругости;
 ζ – коэффициент сопротивления системы,

$$\zeta = \frac{0.5K_{\text{тр}} + K_{\text{зол1}} \cdot m \cdot \frac{E}{V_0}}{\sqrt{m \cdot C_y}};$$

$K_{\text{тр}}$ – коэффициент трения нужно задавать, учитывая конструктивные и технологические особенности гидропривода; K_n – коэффициент нагрузки гидропривода;

$$K_n = \frac{K_{\text{зол1}} \cdot C_n}{K_{\text{зол2}} \cdot S_n};$$

$S = i \cdot \omega$ – независимая переменная изображения по Лапласу.

3.4. Структурная схема динамического анализа

Используя уравнение, описывающее поведение гидропривода, составляем структурную схему динамического анализа (рис.3.2).

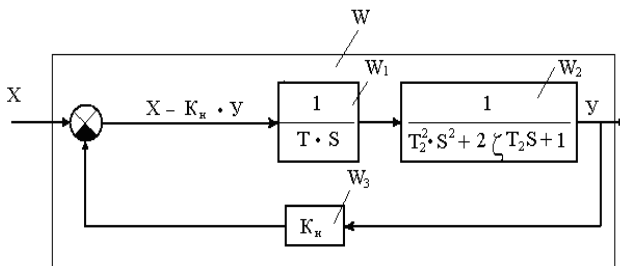


Рис.3.2. Структурная схема динамического анализа силовой части гидропривода дроссельного регулирования

Силовая часть гидропривода содержит три типовых линейных звена:

- W_1 – интегрирующее звено,
- W_2 – звено второго порядка,
- W_3 – усилительное звено.

Опираясь на структурную схему динамического анализа, определяем передаточную функцию системы. Передаточная функция определяется по правилам последовательного и встречно-параллельного соединения звеньев (см. п.2.3).

Структурная схема динамического анализа (см. рис.3.2) имеет обратную связь. На схеме гидропривода (см. рис.3.1) обратная связь отсутствует, поэтому обратная связь на структурной схеме рис.3.2 называется внутренней обратной связью.

Используя полученную передаточную функцию, можно с помощью критерия Михайлова или другим способом решить вопрос об устойчивости гидропривода.

Так, передаточная функция силовой части гидропривода

$$W = \frac{W_1(S) \cdot W_2(S)}{1 + W_1(S) \cdot W_2(S) \cdot W_3(S)},$$

где $S = i \cdot \omega; i = \sqrt{-1}$; $0 \leq \omega < \infty$; S – независимая переменная преобразования Лапласа.

Передаточные функции звеньев:

$$W_1(S) = \frac{1}{T_1 \cdot S},$$

$$W_2(S) = \frac{1}{T_2^2 \cdot S^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T_2 \cdot S + 1},$$

$$W_3(S) = K_n.$$

Характеристическое уравнение силовой части гидропровода:

$$1 + W_1(S) \cdot W_2(S) \cdot W_3(S) = 0,$$

после подстановки значений передаточных функций звеньев получаем:

$$1 + \frac{K_n}{T_1 \cdot S \cdot (T_2^2 \cdot S^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T_2 \cdot S + 1)} = 0,$$

$$T_1 \cdot S \cdot (T_2^2 \cdot S^2 + 2 \cdot \zeta \cdot T_2 \cdot S + 1) + K_n = 0,$$

$$T_1 \cdot T_2^2 \cdot S^3 + 2 \cdot \zeta \cdot T_1 \cdot T_2 \cdot S^2 + T_1 \cdot S + K_n = 0,$$

т.е. получили уравнение третьего порядка вида

$$a_3 S^3 + a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = 0,$$

где $a_3 = T_1 \cdot T_2^2$, $a_2 = 2 \cdot \zeta \cdot T_1 \cdot T_2$, $a_1 = T_1$, $a_0 = K_n$.

Используя это уравнение можно исследовать устойчивость с помощью критерия Михайлова (см. приложение Б), гиперболы и диаграммы Вышнеградского (см. приложение А). Используя вещественную частотную характеристику $\text{Re}(W(s))$ и п.2.9 «Построение переходных процессов по ВЧХ», можно проанализировать переходной процесс, определив параметры качества регулирования (см. п.1.5).

MathCad программа динамического расчета силовой части гидропровода приведена в приложении В.

4. ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ГИДРОПРИВОДА С АВТОМАТИЧЕСКИМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ СКОРОСТИ ПОРШНЯ ГИДРОЦИЛИНДРА

4.1. Расчетная схема

Расчётная принципиальная гидросхема автоматического регулирования скорости показана на рисунке 4.1.

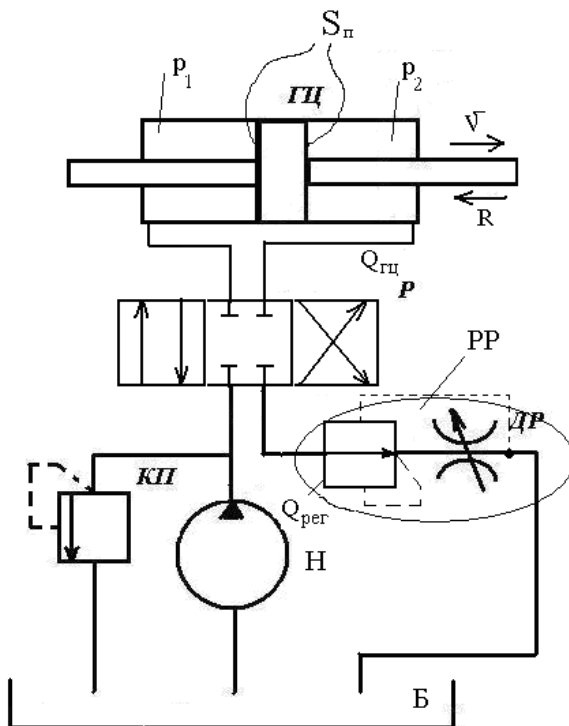


Рис. 4.1. Принципиальная схема автоматического регулирования скорости поршня ГЦ

Р - распределитель, Н - насос, КП – клапан предохранительно-переливной, РР- регулятор расхода, p_1 и p_2 – давление жидкости в нагнетательной и сливной полостях гидроцилиндра, v - скорость движения поршня ГЦ, R – нагрузка на поршне гидроцилиндра, $Q_{гц}$ – расход жидкости гидроцилиндра, $Q_{рег}$ – расход регулятора расхода, Б – бак, S_{π} – площадь поршня.

Двухштоковый ГЦ, обеспечивает перемещение поршня в одну и в другую сторону с одинаковой скоростью. Для регулирования и стабилизации скорости применяется регулятор расхода РР, который обеспечивает постоянный перепад на дросселе, независимо от нагрузки и перемещения.

$p_1 S_{\Pi}$, $p_2 S_{\Pi}$ - силы давления действующие на поршень. При движении поршня с постоянной скоростью – установившемся движении.

$p_1 S_{\Pi}$, $p_2 S_{\Pi}$ - $R = 0$ – сила давления на поршень преодолевает нагрузку R , откуда

$$p_2 = p_1 - \frac{R}{S}$$

Будем считать, что установлен дроссель без регулятора расхода, тогда:

$$Q_{др} = \mu \cdot S_{др} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \left(p_1 - \frac{R}{S_{\Pi}} \right)},$$

где μ – коэффициент расхода дросселя;

$S_{др}$ – площадь проходного сечения дросселя;

ρ – плотность жидкости;

p_1 – давление в нагнетательной полости, можно считать постоянным.

S_{Π} – площадь поршня

Тогда скорость движения поршня гидроцилиндра:

$$g = \frac{Q_{др}}{S_{\Pi}}$$

- согласно полученной зависимости расход $Q_{др}$ зависит от нагрузки R . В результате скорость зависит от нагрузки $g(R)$, см. кривую 1 на рисунке 4.2.

Видно, что Скорость перемещения от $\mathcal{Q}_{\max} = \frac{\mu \cdot S_{\text{др}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot p_1}}{S_{\Pi}}$ до

нуля, когда нагрузка достигает максимального значения

$$R_{\max} = p_1 \cdot S_{\Pi}.$$

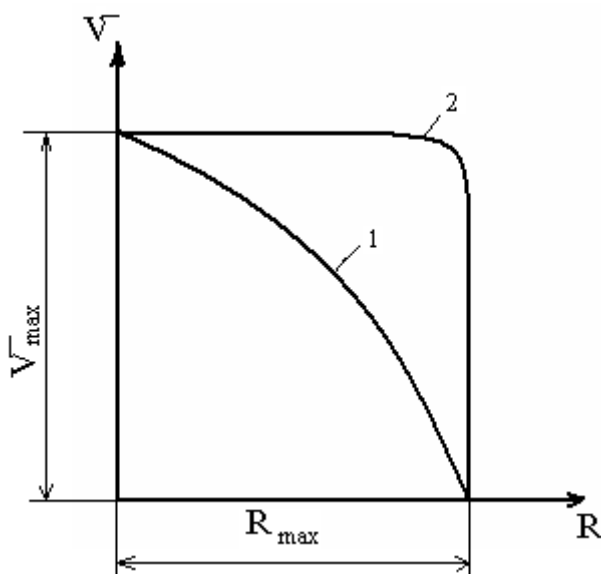


Рис. 4.2. Зависимость движения поршня $\mathcal{Q}(R)$ от нагрузки R , если на схеме использовать дроссель без регулятора кривая 1, дроссель с регулятором (PP) – кривая 2.

Если перед дросселем поставить регулятор (PP), то при определённой нагрузке скорость движения поршня будет постоянной, см. рисунок 4.2. кривую 2.

4.2. Уравнения математической модели

Допущения при написании мат. модели такие же как в пункте 3.2.

Уравнение движения для привода с РР:

$$p_1 S_1 - R - K_{тр} \cdot \dot{\vartheta} = M \cdot \frac{d\dot{\vartheta}}{dt},$$

где

$K_{тр} \cdot \dot{\vartheta}$ – сила трения

$K_{тр}$ – коэффициент трения, учитывает трение поршня о стенки гидроцилиндра, трение штоков в уплотнениях, трение подвижных элементов исполнительных механизмов.

$$M \cdot \frac{d\dot{\vartheta}}{dt} \text{ - сила инерции.}$$

$$\frac{d\dot{\vartheta}}{dt} \text{ - ускорение поршня гидроцилиндра;}$$

M – приведенная масса перемещаемых частей состоит из: - 1) массы поршня и штока, 2) приведенной к поршню, массы подвижных деталей исполнительного механизма, 3) приведенная к поршню масса жидкости, наполняющая полости гидроцилиндра и соединённых с ним гидролиний.

Уравнение расхода гидролинии - второе уравнение математической модели.

$$Q_{рег} = Q_{ГЦ} - Q_{сж}.$$

где $Q_{рег}$ – расход регулятора расхода;

$Q_{сж}$ – расход компенсирующий сжатие жидкости.

Расход ГЦ:

$$Q_{ГЦ} = S_n \cdot v$$

Расход сжатия:

$$Q_{\text{сж}} = \frac{V_c}{E} \cdot \frac{dp_2}{dt},$$

где V_c – объём жидкости гидросистемы;

E – приведенный объёмный модуль упругости жидкости;

$\frac{dp_2}{dt}$ – скорость изменения давления p_2 .

К приведенным уравнениям применяется преобразование Лапласа, а до этого используем операторную форму записи производных.

Уравнение движения принимает вид:

$$p_1 S_n - p_2 S_n - R - K_{\text{тр}} \cdot v = M \cdot S \cdot v,$$

где S – независимая переменная Лапласа, $S = i\omega$, $0 \leq \omega < \infty$.

Расход сжатия записывается в виде:

$$Q_{\text{сж}} = \frac{V_c}{E} \cdot S \cdot p_2,$$

В результате преобразований получаем первое уравнение в записи, удобной для составления структурной схемы динамического анализа:

$$p_1 S_n - p_2 S_n - R = v \cdot K_{\text{тр}} (1 + T_{\text{ц}} \cdot S),$$

где $T_{\text{ц}}$ – постоянная времени ГЦ.

$$T_{\text{ц}} = \frac{M}{K_{\text{тр}}}.$$

4.3. Структурная схема динамического анализа

Структурная схема динамического анализа гидропривода АРС (стабилизации) скорости поршня гидроцилиндра ГЦ показана на рисунке 4.3.

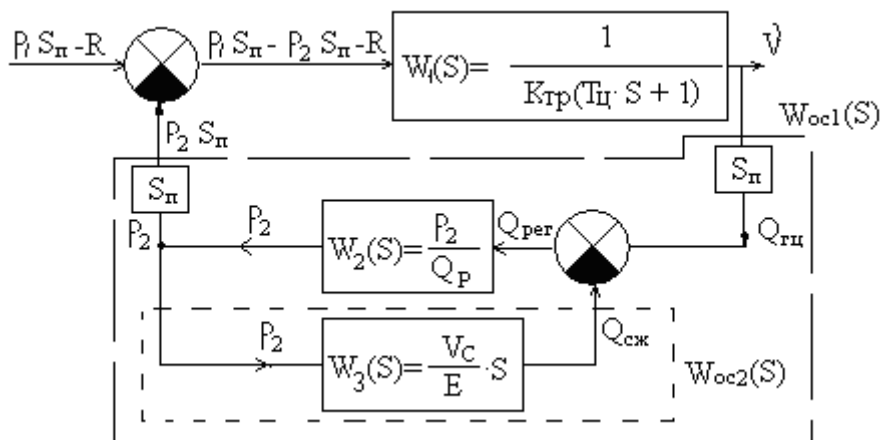


Рис. 4.3. Структурная схема динамического анализа гидропривода с АРС поршня ГЦ.

На схеме: R – переменная величина – нагрузка на штоке гидроцилиндра – входная величина; \mathcal{G} – выход схемы.

Структурная схема состоит из пяти звеньев:

Двух усилительных звеньев с коэффициентом усиления S_{π} , интегрирующего звена с передаточной функцией

$W_1(S)$ – передаточная функция ГЦ,

звена регулятора $W_2(S)$ – связывает расход регулятора Q_{per} с давлением сливной полости гидроцилиндра p_2 ,

дифференцирующего звена $W_3(S)$ – звено, учитывающее сжимаемость жидкости

Структурная схема с двумя обратными связями – $W_{oc1}(s)$ и $W_{oc2}(s)$.

Передаточная функция системы с учётом обратной связи $W_{oc2}(s)$;

$$W_{oc2}(S) = \frac{W_2(S)}{1 + W_2(S) \cdot W_3(S)},$$

$$W_{oc1}(S) = \frac{W_1(S)}{1 + W_1(S) \cdot S_n^2 \cdot \frac{W_2(S)}{1 + W_2(S) \cdot W_3(S)}}$$

В результате:

$$W(S) = \frac{W_1(S) \cdot (1 + W_2(S) \cdot W_3(S))}{1 + W_2(S) \cdot (W_3(S) + W_1(S) \cdot S_n^2)}$$

В приведенном соотношении все величины передаточных функций известны, кроме $W_2(S)$. Для определения $W_2(S)$ – передаточной функции регулятора, рассмотрим работу регулятора.

4.4. Передаточная функция регулятора расхода

Полуконструктивная схема регулятора расхода РР показана на рисунке 4.4, где избыточное давление в баке принято равным нулю, давление p_2 на входе в регулятор равно давлению сливной полости гидрцилиндра.

Золотник регулятора состоит из плунжеров, двух различных площадей: $S_{\text{зол}}$ и S_1 , площадь $s = S_{\text{зол}} - S_1$.

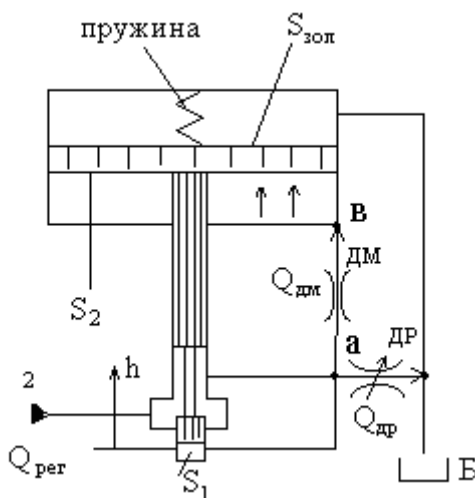


Рис. 4.4. Полуконструктивная схема регулятора расхода РР.
 h – перемещение золотника регулятора
 ДМ – дроссель (демпфер) – предназначен для демпфирования колебаний золотника регулятора.

Силы давления жидкости на площади S_1 и S_2 , уравниваются силой давления пружины регулятора.

Для вычисления силы инерции действующей на золотник регулятора, необходима масса золотника, которая вычисляется по формуле:

$$m = (h_1 \cdot S_1 + h_2 \cdot S_{\text{зол}}) \cdot \rho_{\text{ст}},$$

где $S_1 = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$, $S_{\text{зол}} = \frac{\pi}{4} D^2$, размеры D , d , h_1 , h_2 показаны на

рисунке 4.5;

$\rho_{\text{ст}} = 7800 \text{ кг/м}^3$ – плотность стали.

При написании уравнений мат. модели сделано допущение, что ввиду малости площади S_1 принято:

$$S_{\text{зол}} \approx S_2, \text{ т.е. } S_1 \approx 0$$

При увеличении нагрузки R на штоке ГЦ, золотник регулятора опускается вниз и сопротивление регулятора уменьшается, это приводит к стабилизации скорости поршня ГЦ.

В результате работы регулятора, перепад давления на ДР остаётся постоянным и составляет 0.2 МПа (2 техн. атмосферы)

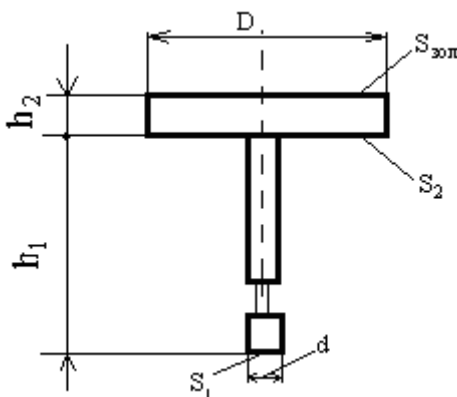


Рис. 4.5. К вычислению массы золотника регулятора.

Линеаризованные уравнения математической модели РР имеют следующий вид:

6 уравнений

$$1. Q_{\text{рег}} = k_{31}(p_2 - p_a) - k_{32}h;$$

$$2. Q_{\text{рег}} = Q_{\text{др}};$$

$$3. Q_{\text{др}} = k_{\text{др}}p_a;$$

$$4. S_{\text{зол}} \frac{dh}{dt} = Q_{\text{ом}};$$

$$5. Q_{\text{дм}} = k_{\text{дм}}(p_a - p_b);$$

$$6. p_b S_{\text{зол}} - ch = m \frac{d^2 h}{dt^2},$$

где $Q_{\text{рег}}$, $Q_{\text{др}}$, $Q_{\text{дм}}$ – расходы регулятора, дросселя и демпфера;

p_2 , p_a , p_b – давление на входе в РР, точках а и в;

k_{31} и k_{32} – коэффициенты расхода через окно закрываемое золотником регулятора, по давлению и перемещению золотника;

$k_{\text{др}}$ и $k_{\text{дм}}$ – коэффициенты расхода дросселя и демпфера;

c – жёсткость пружины регулятора.

В эти уравнения вводится оператор дифференцирования и используется преобразование Лапласа:

$$1. Q_{\text{рег}} = k_{31}(p_2 - p_a) - k_{32}h;$$

$$2. Q_{\text{рег}} = Q_{\text{др}};$$

$$3. Q_{\text{др}} = k_{\text{др}}p_a;$$

$$4. S_{\text{зол}} \cdot Sh = Q_{\text{дм}};$$

$$5. Q_{\text{дм}} = k_{\text{дм}}(p_a - p_b);$$

$$6. p_b S_{\text{зол}} - ch = m S^2 h;$$

В шести уравнениях семь неизвестных величин:

$Q_{\text{рег}}$, p_2 , p_a , h , $Q_{\text{дм}}$, $Q_{\text{др}}$, p_b , поэтому из системы шести уравнений можно найти передаточную функцию регулятора расхода.

$$W_2(S) = \frac{P_2}{Q_{\text{рег}}}$$

или

$$W_2(S) = \frac{K(T_1^2 S^2 + 2ST_1\zeta_1 + 1)}{T_2^2 S^2 + 2ST_2\zeta_2 + 1},$$

где

$$K = \frac{K_1 C + K_2}{C}, \quad K_1 = \frac{K_{\text{др}} + K_{31}}{K_{31} K_{\text{др}}}, \quad K_2 = \frac{K_{32} S_{\text{зол}}}{K_{31} K_{\text{др}}}.$$

T_2, T_1 - постоянная времени;

$$T_1 = \sqrt{\frac{Km}{K_1 C + K_2}};$$

$$\zeta_1 = \frac{K_1 S_{30л}^2}{2K_{\partialм} \sqrt{K_1 m (K_1 C + K_2)}};$$

ζ_2, ζ_1 - коэффициенты сопротивления;

$$T_2 = \sqrt{\frac{m}{C}};$$

$$\zeta_2 = \frac{2S_{30л}^2}{2K_{\partialм} \sqrt{mC}};$$

Для обеспечения устойчивости системы и её быстродействия необходимо, чтобы коэффициенты сопротивления были как можно больше, а постоянные времени как можно меньше. Как показывает анализ соотношений для величин T , T и ζ_2, ζ_1 поставленным условиям отвечает увеличение площади золотника $S_{30л}$ и уменьшение массы золотника m . Такими параметрами обладает форма золотника показанная на рисунке 4.5.

Имея функцию $W_2(S)$, можно вычислить передаточную функцию системы стабилизации скорости.

$$W(S) = \frac{W_1(S)(1 + W_2(S)W_3(S))}{1 + W_2(S)(W_3(S) + S_n^2 W_1(S))};$$

Далее можно решить задачи динамического расчёта системы:

1. Вопрос устойчивости системы.
2. Определение параметров качества регулирования.

Рекомендуемая литература

1. Антоненко В.И., Тумаков А.А., Чернавский В.А. Расчет магистралей гидравлических и пневматических приводов машин и механизмов. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2005.
2. Ануфриев И.Е. Самоучитель MatLab 5.3/6.x. - СПб.: Изд-во БХВ-Петербург, 2002.
3. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB 7. - СПб.: Изд-во БХВ-Петербург, 2005.
4. Казмиренко В.Ф. Электрогидравлические мехатронные модули движения. - М.: Радио и связь, 2001.
5. Коробочкин Б.Л. Динамика гидравлических систем станков. - М.: Машиностроение, 1976.
6. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. - М.: Машиностроение, 1987.
7. Попов Д.Н. Механика гидро- и пневмоприводов. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2001.
8. Сидоренко В.С. Изучение и разработка схмотехнических решений промышленного гидропривода. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2001г.
9. Чернавский В.А. Расчет процесса пуска гидропривода. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 1991.
10. Чернавский В.А., Забурунов А.Н. Расчет переходного процесса гидросистем. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2001.
11. Чернавский В.А. Динамика и регулирование гидро- пневмосистем: Учеб. Пособие. / В.А. Чернавский, А.В. Кожухова. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2007.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

МАТНСАД ПРОГРАММА ПОСТРОЕНИЯ ДИАГРАММЫ И.А. ВЫШНЕГРАДСКОГО

$$F(G) := \frac{1 + 2 \cdot G^3}{G^2}$$

$$E(G) := \frac{G^3 + 2}{G}$$

$$B(A) := \frac{1}{A}$$

$$C(D) := \frac{2 \cdot D^3 + 27}{9 \cdot D}$$

$$A := 0.001, 0.15.. 10$$

$$D := 0.001, 0.15.. 3$$

$$G := 1.. 10$$

$$a3 := 0.5 \cdot 10^{-4}$$

$$a2 := 0.01$$

$$a1 := 0.3$$

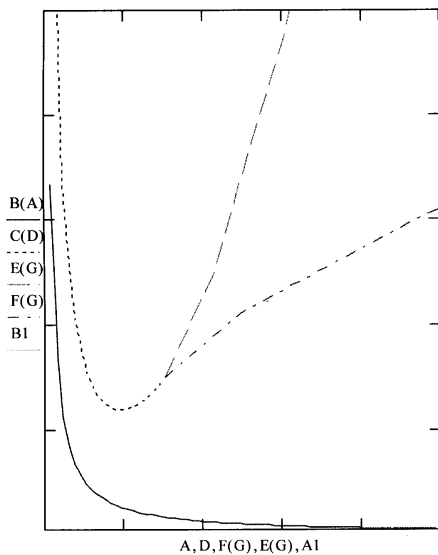
$$a0 := 1$$

$$A1 := \frac{a2}{(a0 \cdot a3^2)^{0.33}}$$

$$A1 = 6.897$$

$$B1 := \frac{a1}{(a0^2 \cdot a3)^{0.33}}$$

$$B1 = 7.879$$



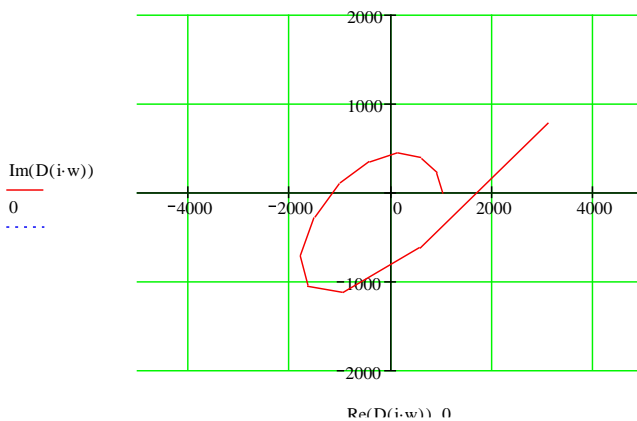
A =	B(A) =	D =	C(D) =	F(G) =	E(G) =
$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^3$	3	3
0.15	8.667	0.15	20.005	4.25	5
0.299	3.344	0.299	10.053	6.111	9.667
0.448	2.232	0.448	6.741	8.063	16.5
0.597	1.675	0.597	5.104	10.04	25.4
0.746	1.34	0.746	4.145	12.028	36.333
0.895	1.117	0.895	3.53	14.02	49.286
1.044	0.958	1.044	3.116	16.016	64.25
1.193	0.838	1.193	2.831	18.012	81.222
1.342	0.745	1.342	2.636	20.01	100.2
1.491	0.671	1.491	2.506		
1.64	0.61	1.64	2.427		
1.789	0.559	1.789	2.388		
1.938	0.516	1.938	2.383		
2.087	0.479	2.087	2.405		
2.236	0.447	2.236	2.453		

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

МАТНСАД ПРОГРАММА ПОСТРОЕНИЯ ГОДОГРАФА МИХАЙЛОВА

$$D(p) := (0.00001 \cdot p^5 + 0.0008 \cdot p^4 + 0.05 \cdot p^3 + 3 \cdot p^2 + 40 \cdot p + 1000)$$

$$w := 0, 6, 100$$



ПРИЛОЖЕНИЕ В

МАТНСАД ПРОГРАММА ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА СИЛОВОЙ ЧАСТИ ГИДРОПРИВОДА

$$\begin{aligned}
 \text{Mu} &:= 0.9 & \text{Dz} &:= 0.02 & \text{Ro} &:= 900 & \text{Pkp} &:= 4 \cdot 10^6 & \text{M} &:= 150 \\
 \text{E} &:= 1.5 \cdot 10^9 & \text{L} &:= 1 & \text{l} &:= 1 & \text{Dtr} &:= 0.01 & \text{Ktr} &:= 1000 \\
 \text{Cn} &:= 9000 & \text{Xz} &:= 0.005 & \text{D} &:= 0.07 \\
 \text{Pno} &:= 0.999999 \text{Pkp} & \text{Pno} &= 4 \times 10^6 \\
 \text{Xzo} &:= 0.01 \cdot \text{Xz} & \text{Xzo} &= 5 \times 10^{-5} \\
 \text{Sp} &:= 0.785 \text{D}^2 & \text{Sp} &= 3.847 \times 10^{-3} \\
 \text{Str} &:= 0.785 \text{Dtr}^2 & \text{Str} &= 7.85 \times 10^{-5} \\
 \text{Vo} &:= 0.5 \text{Sp} \cdot \text{L} + \text{Str} \cdot \text{l} & \text{Vo} &= 2.002 \times 10^{-3} \\
 \text{Cc} &:= 2 \cdot \text{E} \cdot \frac{\text{Sp}^2}{\text{Vo}} & \text{Cc} &= 2.217 \times 10^7 \\
 \text{Kz1} &:= \frac{\text{Mu} \cdot 3.14 \text{Dz} \cdot \text{Xzo}}{[2 \cdot \text{Ro} \cdot (-\text{Pno} + \text{Pkp})]^{0.5}} & \text{Kz1} &= 3.33 \times 10^{-8} \\
 \text{Kz2} &:= \text{Mu} \cdot 3.14 \text{Dz} \cdot \left(2 \cdot \frac{-\text{Pno} + \text{Pkp}}{\text{Ro}} \right)^{0.5} & \text{Kz2} &= 5.329 \times 10^{-3} \\
 \text{T1} &:= \frac{\text{Sp}}{\text{Kz2}} & \text{T1} &= 0.722 \\
 \text{T2} &:= \left(\frac{\text{M}}{\text{Cc}} \right)^{0.5}
 \end{aligned}$$

$$Dze := \frac{Dze1 + Dze2}{(M \cdot Cc)^{0.5}}$$

$$Dze2 := Kz1 \cdot M \cdot \frac{E}{Vo}$$

$$Dze2 = 3.744 \times 10^6$$

$$Dze = 64.919$$

$$Kn := \frac{Kz1 \cdot Cn}{Kz2 \cdot Sp}$$

$$Kn = 14.624$$

$$a0 := 1$$

$$a1 := \frac{T1}{Kn}$$

$$a1 = 0.049$$

$$a2 := \frac{2 \cdot Dze \cdot T1 \cdot T2}{Kn}$$

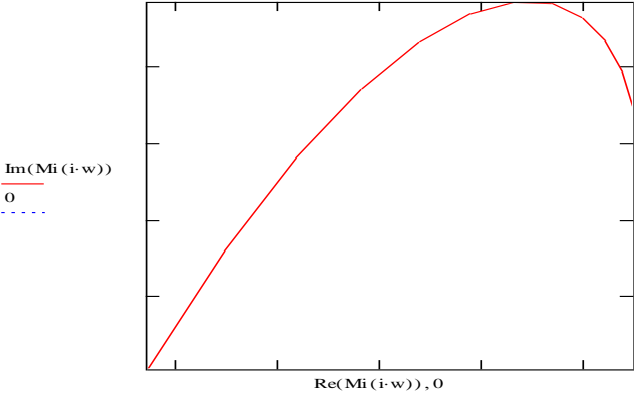
$$a2 = 0.017$$

$$a3 := \frac{T1 \cdot T2}{Kn}$$

$$a3 = 1.284 \times 10^{-4}$$

$$Mi(s) := \left(a3 \cdot s^3 + a2 \cdot s^2 + a1 \cdot s + 1\right)$$

$$w := 0, 2.. 25$$

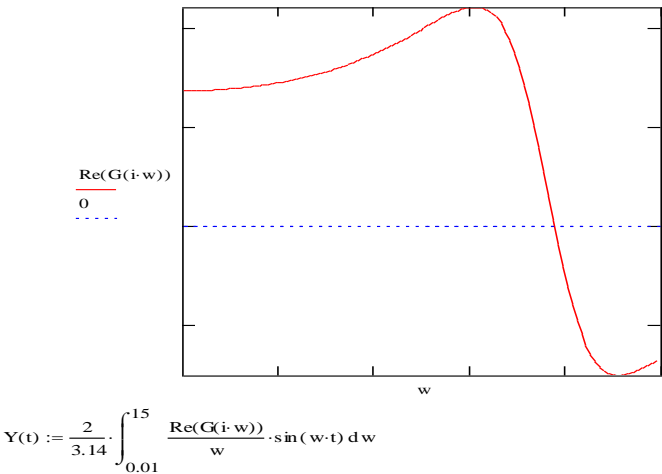


$$W1(s) := \frac{1}{T1 \cdot s}$$

$$W2(s) := \frac{1}{(T2 \cdot s)^2 + 2 \cdot Dze \cdot T2 \cdot s + 1}$$

$$G(s) := \frac{W1(s) \cdot W2(s)}{1 + (W1(s) \cdot W2(s) \cdot Kn)}$$

$$w := 0.001, 0.1.. 10$$



$$t := 0, 0.1.. 3$$

